

超声激励下刚性边界附近双空化气泡耦合运动特性研究

黄潇, 胡海豹, 杜鹏

(西北工业大学航海学院, 西安, 710072, Email: huangxiao@nwpu.edu.cn)

摘要: 本研究基于黏性势流理论, 通过求解边界积分方程对超声场中刚性边界附近双空泡运动过程中的迁移、坍塌特性开展研究。利用黏性 Rayleigh-Plesset 方程的解析解验证本文数值模型的有效性之后, 通过改变超声波幅值 p_a , 发现在强超声 ($p_a > 1 \text{ bar}$) 和弱超声 ($p_a < 0.5 \text{ bar}$) 场中, 快速坍塌和近球形振荡迁移分别为双空泡的主要运动形式; 而在中等强度超声波区间内气泡界面则会出现强烈的不稳定性, 产生多种模态的振荡变形。当波频不大于空泡固有频率 f_n 时, 空泡将获得更高的坍塌射流速度和更大的迁移幅度。

关键词: 超声空泡; 刚性边界; 边界元法

1 引言

液体中的空化气泡在受到超声波调制时, 会发生迁移、脉动、坍塌等动力学过程^[1-3]。这使微空泡在医学、化学及物理清洗方面有重要的应用^[4-5]。当浸没在超声场中的气泡群在靠近刚性边界附近运动时, 气泡间、气泡与刚性边界之间发生较强的耦合作用, 其背后的力学机理有待揭示。

对于超声空泡动力学行为的研究, 主要存在理论求解, 实验观测和数值仿真等手段^[6-8]。理论求解适用于保持球形脉动的气泡, 而空泡在相距较近的情况下发生相互作用, 会产生明显形变, 与理论值存在较大误差^[9]。空化气泡尺度在 $O(\mu\text{m})$ 至 $O(\text{mm})$ 量级, 一个脉动周期时间为 $O(\mu\text{s})$ 至 $O(\text{ms})$ 量级, 这要求实验中高速摄影系统有很高的拍摄频率和空间分辨率, 如果想清晰观察到气泡坍塌射流的发展情况, 在目前的技术层面还比较难实现。

数值模拟能够清晰地捕捉空泡运动过程中气-液界面的位置, 同时可以给出流场中的压力、速度分布等信息, 是揭示空泡运动背后力学机理的有效工具。目前针对超声场中空泡运动的数值研究, 有基于全流域解析的直接数值模拟方法^[10-13], 同时有只需要对边界离散且自动满足远场边界条件的边界元方法^[14-16]。后者因无需求解流场而明显提升计算效率^[17, 18]。采用该方法, 研究者对行波^[9]和驻波^[19]超声场中单空泡动力学行为进行了模拟和分析。

基金项目: 中国博士后科学基金资助项目 (2019M652748); 陕西省自然科学基金基础研究计划资助项目 (2019JQ-448)

由于空泡尺寸较小，当其在流场中脉动和迁移时，流场的黏性效应体现得比较明显。因此在采用边界元方法求解气泡动力学行为时，采用了 D. D. Joseph 等提出的黏性修正势流理论^[20]，计入气泡的气-液边界层内部的法向和切向应力，从而模拟气泡受到流场黏性效应的影响。该理论在求解上浮气泡运动的过程中得到了应用，并且模拟结果与真实情况比较符合^[21]。在验证了本文的数值模型与考虑黏性效应的 Rayleigh-Plesset 方程吻合较好，研究了双空化气泡在强、弱以及中等强度超声场作用下，近刚性边界情况时的迁移、脉动及坍塌射流等动力学行为。

2 理论模型

2.1 超声场中气泡动力学的边界元计算方法

水中空泡常成群存在，彼此之间存在相互作用。本研究以双气泡为研究单位，探究其在近刚性边界附近超声场中的演化情况（图 1）。为简化模型，假设双气泡初始时刻大小相同均为 R_0 ，型心分别处于 O_1 和 O_2 ，相距 D_b 且到壁面的初始距离均为 D_w 。在刚性边界上建立直角坐标系， z 轴垂直向上。有超声波垂直于刚性边界入射，经边界反射叠加后在流场中形成驻波场 p_∞

$$p_\infty = p_{atm} + 2p_a \cos(kz) \cos(2\pi ft) \quad (1)$$

式中， p_{atm} 表示静水压力， p_a 为声波幅值， k 和 f 分别为波数和波频。

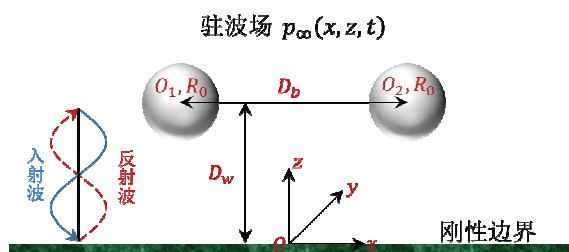


图 1 驻波场 $p_\infty(x, z, t)$ 中，近刚性边界双气泡布置示意图

空泡内部气体由水蒸气和不可冷凝气体两部分组成，空泡在运动中不可冷凝气体压力遵循绝热运动方程；因此空泡任意时刻内压 $p_b(t)$ 为

$$p_b(t) = p_v + p_{nc} [V_0/V(t)]^\zeta \quad (2)$$

式中， p_v 为饱和蒸气压， p_{nc} 为不可冷凝部分气体在初始时刻贡献的压力； V_0 为气泡初始体积； ζ 为多变指数，能够反映状态方程的类型，文中取值 1.4。初始时刻空泡处于平衡状态，满足

$$p_l = p_b - p_{vc} - 2\sigma\kappa + 2\mu \frac{\partial^2 \varphi}{\partial n^2} \quad (3)$$

对于流场中气泡表面一点压力 p_l ，由气泡内压 p_b 及表面张力 $2\sigma\kappa$ ，等效剪切黏性应力的黏性修正压力 p_{vc} 和法向黏性应力 $2\mu\partial^2\varphi/\partial n^2$ 共同平衡。其中 σ 为表面张力， κ 为界面曲率， μ 为流体的动力黏性系数； n 是界面法向，以指向流场外为正方向。认为流场不可压缩且没有旋度，则存在速度势 φ ，使得流场中速度 $\mathbf{v}=\nabla\varphi$ ；且流场的控制方程为 Laplace 方程

$$\nabla^2\varphi=0 \quad (4)$$

应用格林第二公式，可以导出边界积分方程来求解流场边界上的速度势，即

$$c(\mathbf{r})\varphi(\mathbf{r})=\oint_S\left[G(\mathbf{r},\mathbf{q})\frac{\partial\varphi(\mathbf{q})}{\partial n}-\frac{\partial G(\mathbf{r},\mathbf{q})}{\partial n}\varphi(\mathbf{q})\right]dS(\mathbf{q}), \quad (5)$$

式中， \mathbf{r} 和 \mathbf{q} 分别为流场边界的控制点和积分点； S 为流场边界； c 为流场立体角，对于光滑边界上的点， $c=2\pi$ ； G 和 $\partial G/\partial n$ 被称作核函数，其中 $G=1/|\mathbf{r}-\mathbf{q}|$ 。在本研究中，通过“镜像法”计入刚性边界的作用，即将 $G'=1/|\mathbf{r}-\mathbf{q}|+1/|\mathbf{r}-\mathbf{q}'|$ 与 $\partial G'/\partial n$ 代入式(5)；其中 \mathbf{q}' 是 \mathbf{q} 关于刚性边界的镜像点。

本研究中，流场的边界即气泡的水-气界面，通过运动学和动力学边界条件来更新边界的位置 \mathbf{r} 和边界速度势 φ

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt}=\nabla\varphi \quad (6)$$

$$\frac{d\varphi}{dt}=\frac{1}{2}|\nabla\varphi|^2+\frac{1}{\rho}\left(p_v+p_{nc}\left(\frac{V_0}{V}\right)^{\zeta}-p_{vc}-2\sigma\kappa+2\mu\frac{\partial^2\varphi}{\partial n^2}-p_0-2p_a\cos(kz)\cos(2\pi ft)\right) \quad (7)$$

计算中，用流体密度 ρ ，压力 $\Delta p=p_{atm}-p_v$ ，初始时刻气泡半径 R_0 分别为特征参量对变量进行无量纲化，无量纲参数以右上角加“*”表示，有

$$R^*=\frac{R}{R_0}, D_{b/w}^*=\frac{D_{b/w}}{R_0}, t^*=\frac{t}{R_0}\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}, v^*=\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}, f^*=fR_0\sqrt{\frac{\rho}{\Delta p}}, \varphi^*=\frac{\varphi}{R_0}\sqrt{\frac{\rho}{\Delta p}} \quad (8)$$

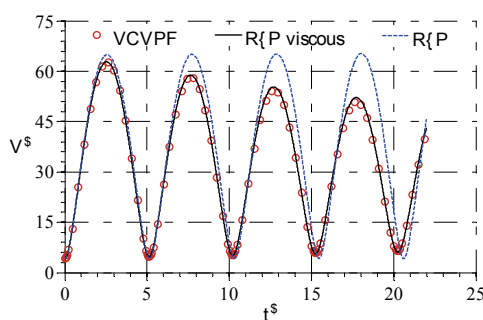


图2 基于黏性修正势流理论(VCVPF)的边界元法计算所得的单气泡脉动体积时历曲线与 Rayleigh-Plesset 解析解(有黏性、无黏)对比

2.2 模型验证

本研究中的流体均为水，因此取动力黏性系数 $\mu=1.002\times 10^{-3}$ Pa·s，密度为 $\rho=999$ kg/m³；图 2 给出了基于黏性修正势流理论(VCVPF)的边界元法和计入黏性、不计入黏性的 Rayleigh-Plesset(R-P)方程对脉动气泡体积随时间变化的预估情况。其中，气泡由初始内部压力 $p_b^*=10$ 开始脉动。从图 2 中可以看出，基于黏性势流理论的计算结果在 4 个气泡脉动周期后仍然可以很好地与黏性 R-P 方程吻合。气泡初始半径为 $5\ \mu\text{m}$ ，雷诺数 $Re=R_0\sqrt{\Delta p\rho}/\mu=50$ ；此时黏性效应比较明显，多周期脉动后气泡脉动幅度和周期相比无黏性环境，显著减小。因此对于尺度为微米的气泡在水中运动的情况，计入黏性效应是必要的，本研究的黏性修正势流理论模型可以真实预测气泡在水中的运动情况。

3 不同强度声场中近壁面气泡动力学特性

3.1 强声场中的气泡坍塌特性

气泡受到流场压力扰动后发生脉动的固有频率为

$$f_n = \frac{1}{2\pi R_0} \sqrt{\frac{3p_0}{\rho} + \frac{4\zeta}{\rho R_0}} \quad (9)$$

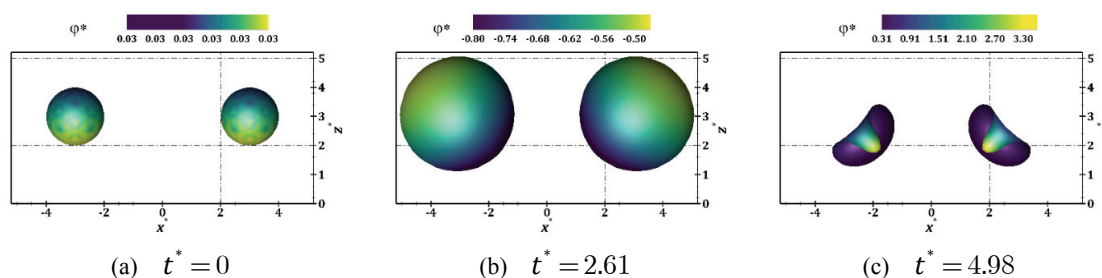


图 3 强超声场中近刚性边界双气泡坍塌过程 ($p_a^*=1.3$, $D_b^*=6$, $D_w^*=3$, $f^*=0.36$)

图 3 给出了超声幅值在 1.3 倍标准大气压时，无量纲间距为 6 的两枚空泡在距离壁面 3 处的动力学行为。此时超声频率与空泡固有频率相符，为 $f^*=0.36$ 。在强超声波的激励下，空泡生长达到最大体积后发生坍塌。双空泡间的相互作用以及壁面对空泡的联合影响使得坍塌射流指向斜下方。而保持其他参数不变，将超声波的激励频率降低为 f_n 的一半时，空泡坍塌阶段射流更扁平，空泡生长到坍塌所用的时间更长，如图 4(a)所示。空泡整体也呈现更为扁平的形态。

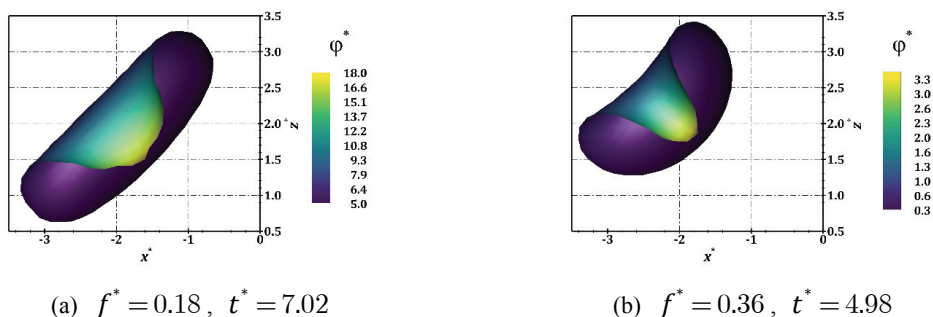


图4 不同频率强超声波场中气泡坍塌射流穿透时刻形态对比, 其余参数同图3

从图 5 则可以看出, 当超声波频率明显高于气泡的共振频率时 ($f^* = 0.72$), 空泡在高频扰动流场中只做小幅度振荡, 如图 5(a)。而当超声频率不高于共振频率时, 强声压使空泡在一个脉动周期内发生坍塌。对比共振工况 ($f^* = 0.36$) 和低频工况 ($f^* = 0.18$), 频率较低时, 由于低压区持续的时间相对更长, 空泡会在低压区发生更加显著的膨胀, 吸收更多能量。最终在超声波高压区中发生更强的坍塌过程。同时, 整个过程也经历更长时间。由式(8), 该超声压下低频工况时射流速度能达到 90 m/s ; 加之低频声波诱导射流宽度较大的特点, 可得到低频作用下射流强度更大的结论, 可被用来实现结构清洗^[22]。

3.2 弱声场中的气泡迁移特性

当其他参数不变, 减弱声场强度至 $p_a^* = 0.3$, 此时尽管声波频率能够激发气泡共振, 气泡仍会经历多周期的脉动, 而非在第一次达到最大体积后发生坍塌, 出现穿透对侧气泡壁面的水射流。从图 6 中可以看出, 双气泡在共振过程中不断发生非球形变形, 在收缩阶段产生指向对方及壁面的射流。而射流的强度又不足以穿透对侧壁面, 因此经过多周期的脉动, 气泡之间持续靠拢且朝向壁面运动。弱声场中气泡的这种特性通常被用来实现药物或细胞在生命体内部的运输。

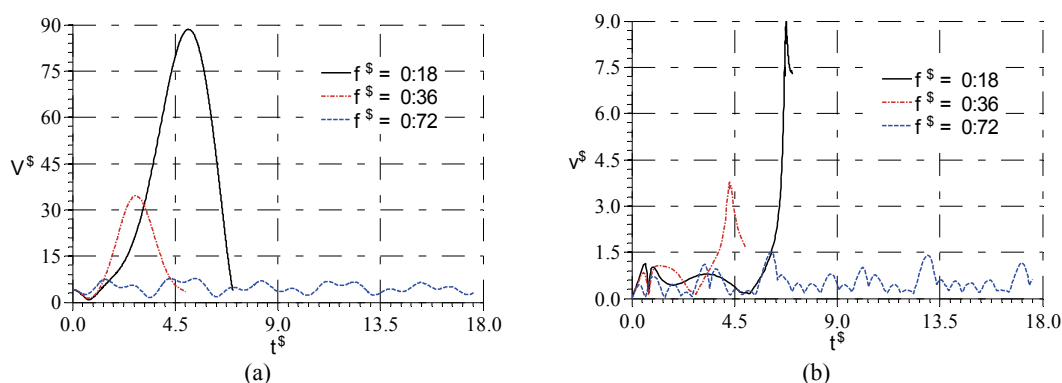


图5 $p_a^* = 1.3$ 时不同频率下的气泡体积、边界运动速度时历曲线, 其余参数同图3

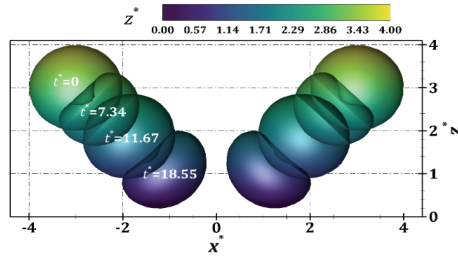


图6 弱超声场中气泡的多周期脉动 ($p_a^* = 0.3$, $D_b^* = 6$, $D_w^* = 3$, $f^* = 0.36$)

图7(a)和(b)展示了图1中左侧气泡从初始位置 O_1 朝向另一个气泡($+x^*$ 方向)和刚性边界($-z^*$ 方向)运动的时历曲线。与强声波工况类似,不高于气泡共振频率的声波对气泡迁移的影响比较显著。并且共振状态下气泡的迁移行为更加明显。从体积周期上来看,如图7(c),共振条件下,气泡能够达到更大的体积。而脉动本身又以每三次为一个循环周期,下一个周期中的脉动因流场的黏性效应而被削弱。

在研究气泡运动时, Benjamin 和 Ellis 首先引入开尔文冲量来描述气泡运动过程中的迁移情况,其表达式为

$$I_K^* = \iint_{S_b} \varphi^* n dS \quad (10)$$

图7(d)中无量纲开尔文冲量的 z^* 方向分量表明,气泡在整个脉动过程中朝向刚性边界运动时,冲量整体表现为负值。再结合图6,在 $t^* = 7.34$ 和 $t^* = 18.55$ 两个射流发展时刻, I_K^* 呈现较大的负值,而在 $t^* = 11.67$ 发生射流回弹时, I_K^* 也回复到了较小的负值。因此,开尔文冲量能够同时表征气泡迁移方向和射流发展情况。

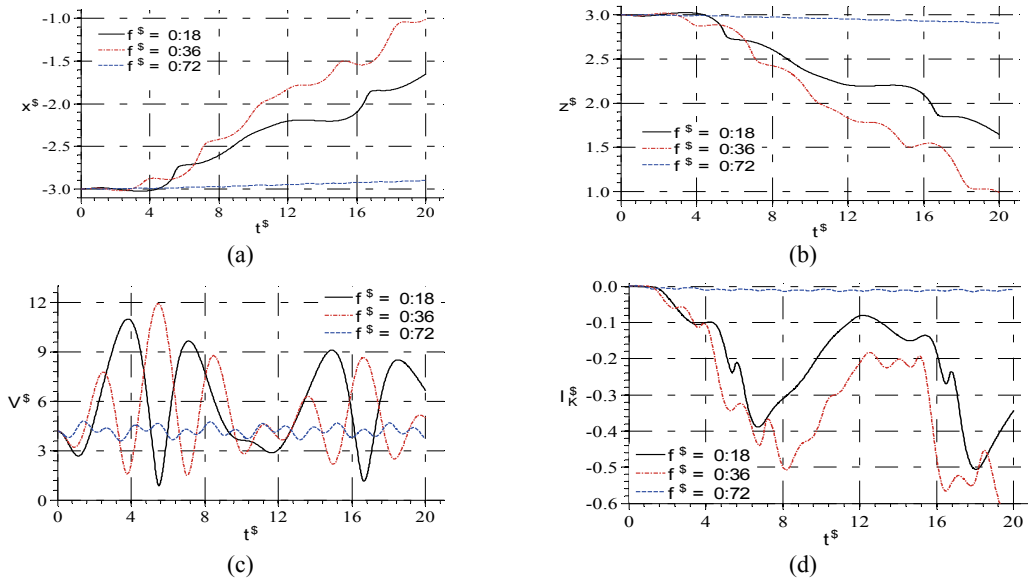


图7 不同频率下弱超声场中气泡动力学特性时历曲线 (a) 气泡1型心横向迁移; (b) 气泡1型心垂向迁移; (c) 气泡1体积变化; (d) 气泡1垂向 Kelvin 冲量; 其余参数同图6

3.3 中等强度声场中气泡的演化特性

将中等强度声场定义为声波幅值在 0.5~1.0 个标准大气压之间。此时气泡的运动形式也介于上两节中气泡处于强声场和弱声场的情况。图 8(a)中当 $p_a^* = 0.5$ 时, 气泡运动仍然以迁移为主导。只是相比 $p_a^* = 0.3$ 的工况中射流发展更强烈。而在 $p_a^* = 0.8$ 时, 气泡运动以快速坍塌为主导, 气泡在第一个脉动周期中发生坍塌, 如图 8(b)所示。

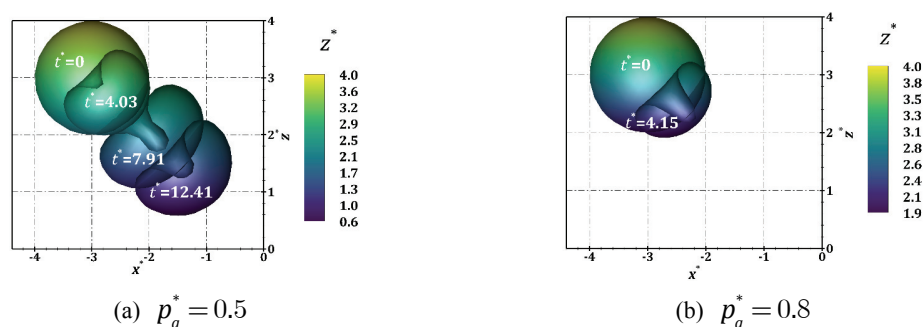


图 8 中等强度超声场中气泡的不同演化形式 ($D_b^* = 6$, $D_w^* = 3$, $f^* = 0.36$)

图 9 则给出了空泡体积变化曲线, 型心垂向迁移曲线以及开尔文冲量垂向分量。气泡在受到较强声波诱导下短时间内能表现出更强的动力学特性, 自身随气泡坍塌射流的穿透而溃灭。结合(a)和(b)两图结果, 发现气泡在收缩阶段发生明显迁移, 而在膨胀过程中位置基本保持不变。

4 结语

本研究采用基于黏性修正势流理论的边界元模型, 对超声场中刚性边界附近的双空化气泡运动进行模拟。所建立的数值模型在预测气泡多周期脉动体积变化时, 与黏性 Rayleigh-Plesset 方程解析结果吻合良好。本研究讨论了双气泡在强声场、弱声场及中等强度声场中的动力学行为, 发现在强声场中, 当超声激励频率不大于空泡自身固有频率时, 空泡在一个脉动周期内发生坍塌, 在边界、声压和对面气泡的联合作用下, 坍塌射流指向斜下方且在本研究的工况下能达到每秒近百米的速度, 是实现超声空泡清洗的重要因素; 在弱声场中, 气泡在共振状态下发生明显的迁移运动, 彼此相互靠近且朝向边界迁移, 空泡在坍塌阶段发生的射流强度不足以穿透对侧气泡表面, 在每周期内膨胀阶段发生回弹, 这种类型的空泡可被用来在生物医疗中运输药物和细胞。中等强度的声波作用下的气泡则兼具强弱声场气泡性质, 影响因素较多, 可作为下一步研究工作的重点。

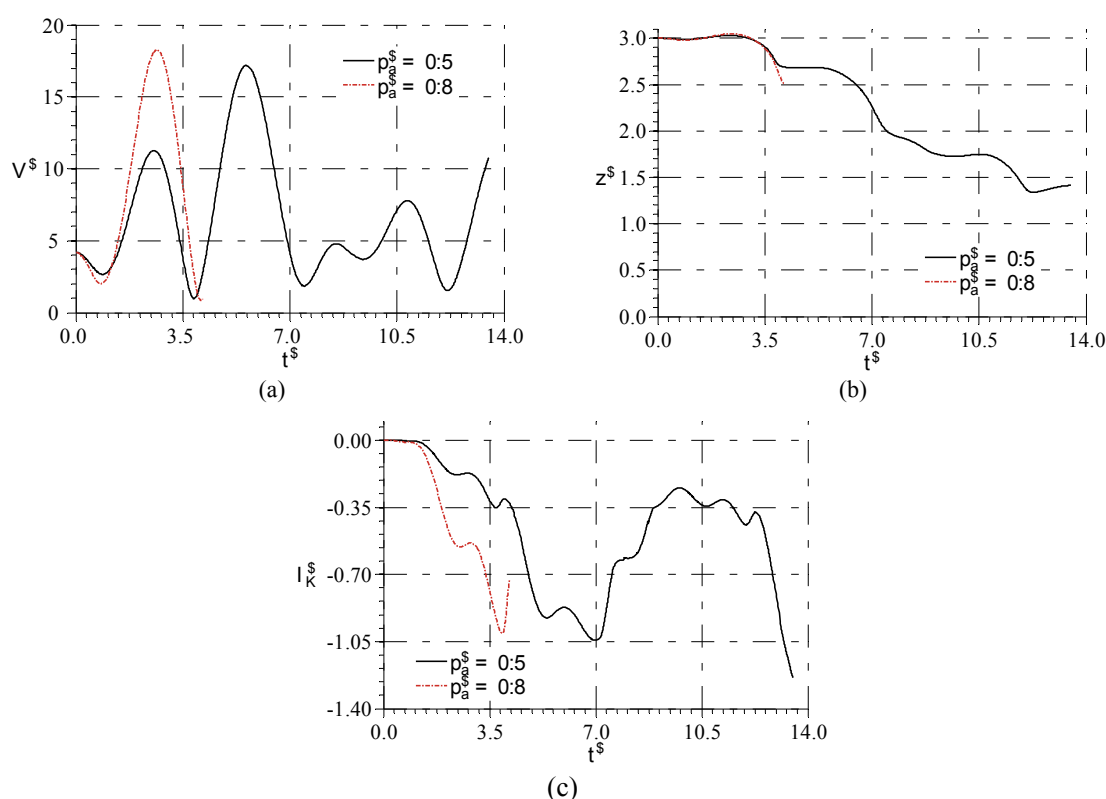


图9 中等强度超声场中气泡动力学特性时历曲线 (a) 气泡1 体积变化; (b) 气泡1 型心垂向迁移; (c) (d) 气泡1 垂向 Kelvin 冲量; 其余参数同图 8

参 考 文 献

- 1 Pelekasis N A, Gaki A, Doinikov A, Tsamopoulos J A. Secondary Bjerknes forces between two bubbles and the phenomenon of acoustic streamers [J]. J Fluid Mech, 2004, 500: 313-347.
- 2 Jiang L, Ge H, Liu F, Chen D. Investigations on dynamics of interacting cavitation bubbles in strong acoustic fields [J]. Ultrason Sonochem, 2017, 34: 90-97.
- 3 Huang X, Wang Q-X, Zhang A M, Su J. Dynamic behaviour of a two-microbubble system under ultrasonic wave excitation [J]. Ultrason Sonochem, 2018, 43: 166-174.
- 4 Cosgrove D. Ultrasound contrast agents: An overview [J]. Eur J Radiol, 2006, 60(3): 324-330.
- 5 Curtiss G A, Leppinen D M, Wang Q X, Blake J R. Ultrasonic cavitation near a tissue layer [J]. J Fluid Mech, 2013, 730: 245-272.
- 6 Miller D L, Pislaru S V, Greenleaf J F. Sonoporation: Mechanical DNA Delivery by Ultrasonic Cavitation [J]. Somatic Cell and Molecular Genetics, 2002, 27(1): 115-134.
- 7 Ochiai N, Ishimoto J. Computational study of the dynamics of two interacting bubbles in a megasonic field [J]. Ultrason Sonochem, 2015, 26: 351-360.
- 8 Zhang Y, Zhang Y, Li S. The secondary Bjerknes force between two gas bubbles under dual-frequency acoustic excitation [J]. Ultrason Sonochem, 2016, 29: 129-145.
- 9 Wang Q X, Manmi K. Three dimensional microbubble dynamics near a wall subject to high intensity ultrasound [J]. Phys Fluids, 2014, 26(3): 032104.
- 10 Lechner C, Koch M, Lauterborn W, Mettin R. Pressure and tension waves from bubble collapse near a solid boundary: A numerical approach [J]. J Acoust Soc Am, 2017, 142(6): 3649.

- 11 Ochiai N, Ishimoto J. Numerical investigation of multiple-bubble behaviour and induced pressure in a megasonic field [J]. *J Fluid Mech*, 2017, 818: 562-594.
- 12 Ma X, Huang B, Li Y, Chang Q, Qiu S, Su Z, Fu X, Wang G. Numerical simulation of single bubble dynamics under acoustic travelling waves [J]. *Ultrason Sonochem*, 2018, 42: 619-630.
- 13 Qiu S, Ma X, Huang B, Li D, Wang G, Zhang M. Numerical simulation of single bubble dynamics under acoustic standing waves [J]. *Ultrason Sonochem*, 2018, 49: 196-205.
- 14 Klaseboer E, Fong S W, Turangan C K, Khoo B C, Szeri A J, Calvisi M L, Sankin G N, Zhong P E I. Interaction of lithotripter shockwaves with single inertial cavitation bubbles [J]. *J Fluid Mech*, 2007, 593: 33-56.
- 15 Ye X, Yao X L, Han R. Dynamics of cavitation bubbles in acoustic field near the rigid wall [J]. *Ocean Eng*, 2015, 109: 507-516.
- 16 Chahine G L, Kapahi A, Choi J K, Hsiao C T. Modeling of surface cleaning by cavitation bubble dynamics and collapse [J]. *Ultrason Sonochem*, 2016, 29: 528-549.
- 17 Cheng A H D, Cheng D T. Heritage and early history of the boundary element method [J]. *Eng Anal Bound Elem*, 2005, 29(3): 268-302.
- 18 Liu Y J. Fast multipole boundary element method: theory and applications in engineering [M]. New York, USA: Cambridge University Press, New York, USA, 2009.
- 19 Manmi K, Wang Q. Acoustic microbubble dynamics with viscous effects [J]. *Ultrason Sonochem*, 2017, 36: 427-436.
- 20 Joseph D D, Wang J. The dissipation approximation and viscous potential flow [J]. *J Fluid Mech*, 2004, 505: 365-377.
- 21 Zhang A M, Ni B Y. Three-dimensional boundary integral simulations of motion and deformation of bubbles with viscous effects [J]. *Comput Fluids*, 2014, 92: 22-33.
- 22 Ohl C-D, Arora M, Dijkink R, Janve V, Lohse D. Surface cleaning from laser-induced cavitation bubbles [J]. *Appl Phys Lett*, 2006, 89(7): 074102.

On the interaction between two cavitation bubbles above a solid boundary in ultrasonic field

HUANG Xiao, HU Hai-bao, DU Peng

(School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072,

Email: huangxiao@nwpu.edu.cn)

Abstract: The translation and compression of two interacting cavitation bubbles in standing ultrasonic wave field is solved by the boundary integral equation based on the viscous correction potential flow theory. The model is validated through Rayleigh-Plesset equation. The quick collapse and translation with spherical oscillation are two prominent motions for bubbles in strong ($p_a > 1$ bar) and weak ($p_a < 0.5$ bar) wave, respectively. In the medium wave field, the surface instability of the bubble appears. And the high-speed collapsing water jet appears when the wave frequency is not greater than the bubble natural frequency.

Key words: Acoustic cavitation bubbles; Solid boundary; Boundary element method