

基于有限元法的波-流与多柱结构物二阶非线性相互作用数值模拟¹

杨毅锋, 吕恒, 王赤忠

(浙江大学海洋学院, 舟山 316021, Email: cz_wang@zju.edu.cn)

摘要: 基于时域二阶理论对波-流与多圆柱结构物的相互作用进行了数值模拟, 一、二阶问题分别满足各自的自由表面及物面条件, 采用人工阻尼区域来保证波外传波条件。每一时步流场内的一、二阶速度势通过求解有限元方程得到, 采用四阶 Adams-Bashforth 格式配合时步处理来计算自由表面上的波高和速度势。模拟了波-流与 4 圆柱、10 圆柱等的二阶非线性相互作用, 分析了均匀水流对一、二阶波高及作用在圆柱上的一、二阶力的影响, 讨论其对水波干扰以及近俘获波现象的影响, 数值结果表明水流对一、二阶波和水动力均有重要的影响。部分结果和相关文献进行了对比。

关键词: 时域二阶理论; 波-流-体相互作用; 多柱结构物; 有限元方法

1 引言

海洋平台等结构物工作在波-流联合作用环境中, 波-流的联合作用对结构物的受力产生显著的变化, 研究波-流载荷对于结构物的设计与其疲劳寿命的评估具有普遍意义。

基于边界元法, 文献[1]研究了线性波、稳态流与二维结构物的相互作用, 分析了作用在结构物的波浪爬高与水动力; 而文献[2]则将此方法拓展到了三维, 数值模拟了线性波-稳态流与三维圆柱结构物的相互作用。他们的研究均表明水流会使结构物上游处的波高显著增大。文献[3-4]采用边界元方法考虑了二阶波与单圆柱的相互作用, 其结果表明稳态流将会对二阶波与二阶力产生显著的影响; 除此之外, 波-流单体相互作用的还有文献[5]等。

波-流与多圆柱结构相互作用的论文相对较少, 代表性的有文献[6]采用高阶边界元法分析了线性波-稳态流与四圆柱的相互作用, 计算了圆柱周围波高、作用于结构体的一阶力和二阶平均力, 其结果表明水流对结构物的水动力有一定的影响, 多柱结构的水动力响应较单柱结构复杂。

本文基于时域二阶理论, 采用有限元法数值模拟了波-流与多圆柱体的二阶非线性相互

¹ 基金项目 国家自然科学基金资助项目(51679096, 51279179)

作用，讨论了流对波高、力及近俘获波现象的影响。研究对象包括两种 4 圆柱和 10 圆柱。

2 理论基础

本文采用势流理论与摄动理论处理二阶波-流体相互作用，其数学模型如下：拉普拉斯方程(1)、自由表面动力学与运动学边界条件(2)&(3)、物面边界条件(4)与水底边界条件(5)：

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{in } \Omega_f \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial t} - \left(U + \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0 \quad \text{on } S_f \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + U \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad \text{on } S_f \quad (3)$$

$$\partial \phi / \partial n|_{S_b} = -Un_x \quad (4)$$

$$\partial \phi / \partial z|_{z=-h} = 0 \quad (5)$$

其中， ϕ 为速度势， η 为表面波高， n_x 为结构物 x 方向的法向量。 Ω_f 为流场区域， S_f 为自由表面， S_b 为物体表面，水深为 h ， g 为重力加速度。以上方程为典型的边界不固定的非线性偏微分方程，需采用摄动理论处理，将速度势与波高摄动展开到二阶：

$$\phi = \phi_b + \varepsilon(\phi_I^{(1)} + \phi_D^{(1)}) + \varepsilon^2(\phi_I^{(2)} + \phi_D^{(2)}) \quad (6)$$

$$\eta = \varepsilon(\eta_I^{(1)} + \eta_D^{(1)}) + \varepsilon^2(\eta_I^{(2)} + \eta_D^{(2)}) \quad (7)$$

其中， ϕ_I 与 ϕ_D 分别代表入射波与绕射波速度势， ϕ_b 为由结构所造成的扰动流速度势，其通过有限元方法求解；上标(1)和(2)分别代表阶数， η_I 与 η_D 分别代表入射与绕射波高， ε 为一与波陡相关的摄动常数，其值非常小。采用该方法即可将问题转化为入射波求解、流求解和绕射波求解三个问题。

波浪力可分为 4 个成分：

$$\bar{F} = \bar{F}^{(0)} + \bar{F}^{(1)} + \bar{F}^{(2)} + \bar{\bar{F}}^{(2)} \quad (8)$$

其中， $\bar{F}^{(0)}$ 为流引起的零阶水动力， $\bar{F}^{(1)}$ 为一阶力， $\bar{\bar{F}}^{(2)}$ 为二阶平均力， $\bar{F}^{(2)}$ 为二阶力。

数值求解采用有限元方法，其离散线性方程组为：

$$\mathbf{K}\Phi = \mathbf{F} \quad (9)$$

其中 \mathbf{K} 为刚度矩阵, Φ 为节点速度势, \mathbf{F} 为右端向量。其中 \mathbf{K} 与 \mathbf{F} 可利用形函数表达为:

$$\mathbf{K} = \iiint_{\Omega_f} \nabla \mathbf{N} \cdot (\nabla \mathbf{N})^T d\Omega \quad (10)$$

$$\mathbf{F} = - \iint_{S_n} \mathbf{N} \cdot (\partial \phi_l^{(k)} / \partial n) ds \quad (k=1,2) \quad (11)$$

其中, S_n 为 Neumann 边界条件。本文所采用的网格单元为 6 节点三棱柱单元, 其通过生成二维非结构化网格后竖直下拉形成。

3 计算结果与讨论

先就文献[6]中 4 圆柱情况(图 1a)做数值模拟, 相邻圆柱之间距离为 6 倍半径即 $L_{cy}=6a$ (a 为圆柱半径), 水深 $h=a$ 。图 2 对比了本文与文献[6]所计算的总二阶平均力, 两者符合很好。

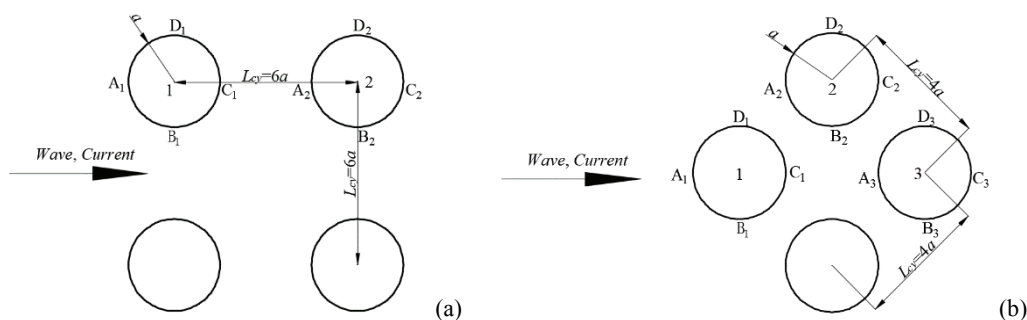


图 1 (a) 4 圆柱构型一; (b) 4 圆柱构型二

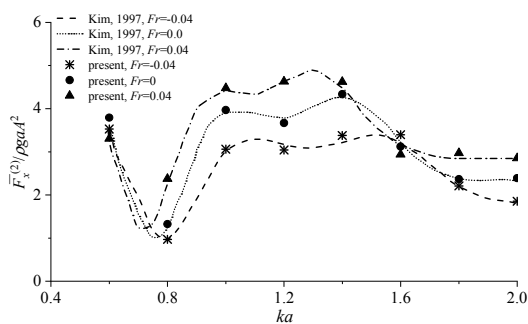


图 2 4 圆柱所承受的总二阶平均力对比

图 3 给出了无因次波数 $ka=0.6$ 和佛汝德数 $Fr=0.04$ 时的线性波与合成波对比图, 图 3a 与 b 的对比说明了二阶波对波形有显著的影响。图 4 呈现了 $ka=0.6$ 时, 3 种佛汝德数下 C_1 点的波高, 相比于一阶波高, 二阶波高受 Fr 的影响更大, 且顺流时波高会显著增大。

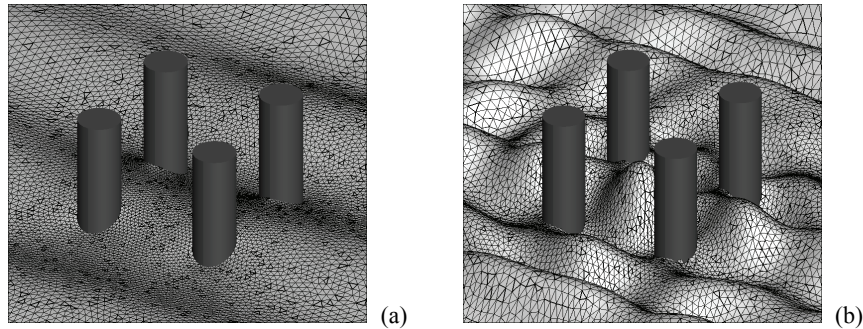


图3 $ka=0.6$, $Fr=0.04$ 时 4 圆柱波高分布图, (a) 线性; (b) 线性+二阶

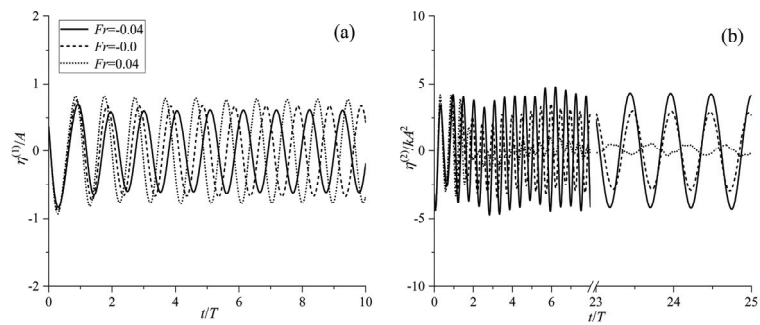


图4 $ka=0.6$ 时 C_1 点波高时间历程; (a) 一阶波; (b) 二阶波

图5显示了 $ka=0.6$ 时, 3种佛汝德数下作用于圆柱1的一阶力和二阶力, 其也显示出稳态流对波浪力会产生较大的影响。

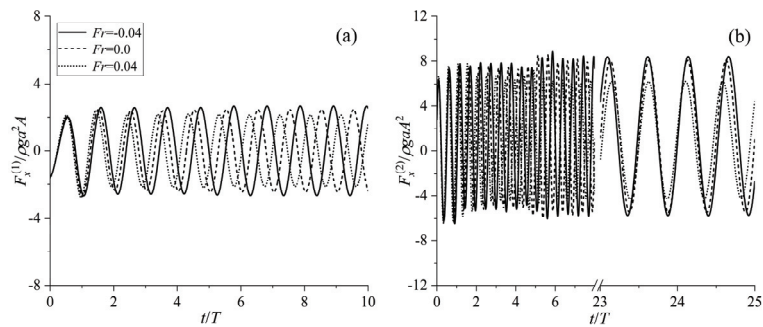


图5 $ka=0.6$ 时作用在圆柱1上的水动力时间历程; (a) 一阶力; (b) 二阶力

数值模拟4圆柱近俘获波现象的构型如图1b所示, 其间距为 $4a$, 水深 $h=3a$, 该构型在佛汝德数为0时, 存在一阶近俘获模态 $ka=1.66$ 及二阶近俘获模态 $ka=0.468$ 。处于近俘获模态的水波将产生水波共振现象, 导致 A_3 点的波高急剧增大。

本文研究了稳态流影响下近俘获模态的偏移现象, 图6中波高为点 A_3 的波高。由图可知, 顺流将使近俘获模态频率减小, 逆流将导致其增大, 且顺流会进一步增大该点的波

高。

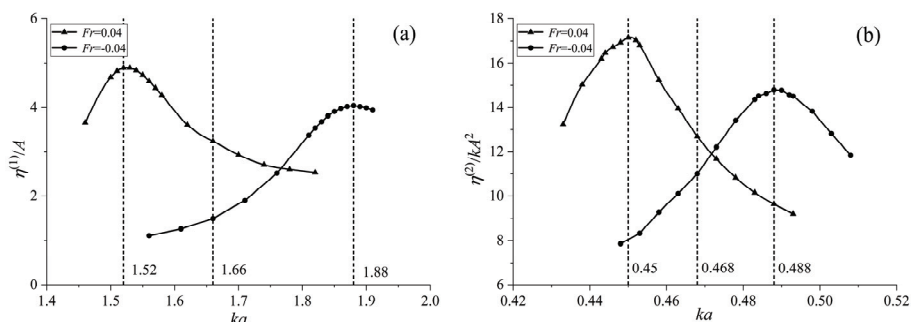


图6 近俘获模式偏移情况, (a) 一阶; (b) 二阶

单排 10 圆柱组成的柱群间距为 $4a$, 水深 $h=3a$, 其在 $Fr=0$, $ka=0.673$ 时存在一 Neumann 近俘获模式。本文在图 7 中研究了佛汝德数对第 5 根圆柱所承受的水动力的影响。

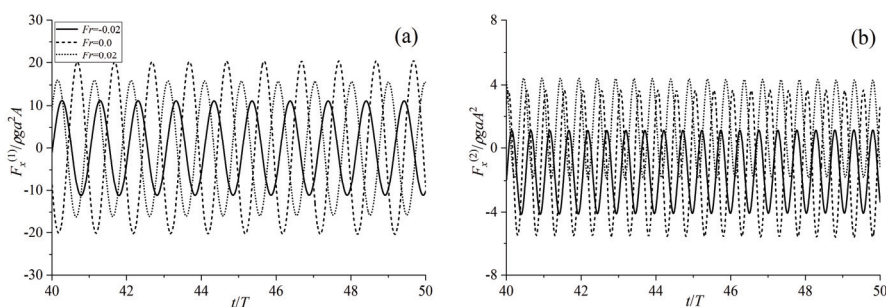


图7 第5根圆柱所受的水动力; (a) 一阶; (b) 二阶

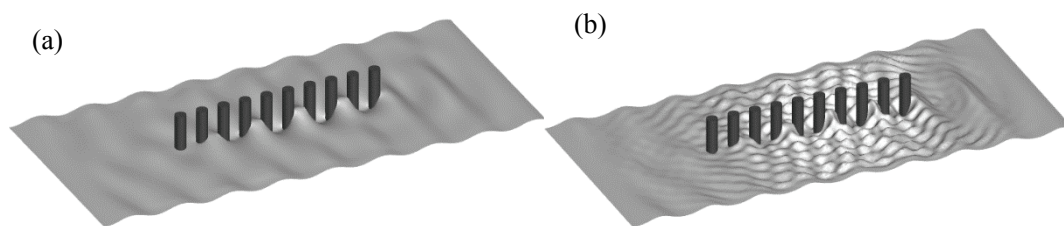


图8 10 圆柱自由表面波形图; (a) 线性; (b) 线性+二阶

由图 7 可知, 一阶力在佛汝德数为 0 时最大, 而二阶力则 $Fr=0.02$ 时最大, 分析造成此现象的原因为稳态流造成了此近俘获模式的偏移, 导致稳态流作用时无法产生一阶水波共振现象, 故一阶力减小。

图 8 展示了水波流经 10 圆柱时的绕射现象。对比图 8a 和 b 表面波形图, 可知二阶波的影响非常显著。

参 考 文 献

1. Isaacson, M. and K.F. Cheung, Time-domain solution for wave—current interactions with a two-dimensional body. *Applied Ocean Research*, 1993. 15(1): 39-52.
2. Cheung, K., M. Isaacson, and J. Lee, Wave diffraction around three-dimensional bodies in a current. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 1996. 118(4): 247-252.
3. Büchmann, B., J. Skourup, and K.F. Cheung, Run-up on a structure due to second-order waves and a current in a numerical wave tank. *Applied Ocean Research*, 1998. 20(5): 297-308.
4. Skourup, J., et al., Loads on a 3D body due to second-order waves and a current. *Ocean Engineering*, 2000. 27(7): 707-727.
5. Shao, Y.-L. and O.M. Faltinsen, Second-Order Diffraction and Radiation of a Floating Body With Small Forward Speed. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 2013. 135(1): 011301.
6. Kim, D.J. and M.H. Kim, Wave-Current Interaction with a Large Three-Dimensional Body by THOBEM. *Journal of Ship Research*, 1997. 41(4): 273-285.

Time domain analysis of second-order wave interactions with multiple cylinders in a steady current

YANG Yi-feng, LYU Heng, WANG Chi-zhong

(Ocean college, Zhejiang University, Zhoushan, 316021, Email: cz_wang@zju.edu.cn)

Abstract: A time domain method is employed to analyze the interactions between wave and a group of cylinders in a steady current. The nonlinear free-surface boundary conditions are satisfied based on perturbation method up to second order. The 3D mesh with prismatic elements required is generated based on a 2D unstructured grid on a horizontal plane and its extension in the vertical direction. The first- and second potentials are obtained through solving by finite element equations, The fourth-order Adams-Bashforth scheme is applied to calculate the wave elevation and potential on the free surface. Results for various configurations such as four-cylinder and ten-cylinder cases are provided to show the influence of the current on the first- and second-order waves and forces, and its effect on the wave interference due to multiple cylinders and the nearly trapped mode phenomenon are discussed. The result shows that the current has important influence on the waves, forces, wave interference and the nearly trapped mode. Some results are compared with previous studies.

Key words: Time-domain second order theory; Wave-current-body interaction; Multiple cylinders; Finite element method