

# 波浪与多潜体相互作用的非线性数值模拟

张时斌, 王博, 张信翼, 宁德志

(大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室, 大连, 116024, Email: [296378071@qq.com](mailto:296378071@qq.com))

**摘要:** 多潜体结构在海洋工程中广泛存在, 波浪经过潜体结构会与其产生复杂的非线性相互作用, 波浪的反射和透射 (尤其是高阶分量的透射) 的变化情况可能影响周边海域航行条件及诱发水体共振等问题。基于势流理论, 本文采用域内源造波技术的时域高阶边界元方法建立了研究非线性波浪作用的二维数值波浪水槽模型。模型中运用两点法分离得到潜体前后各组成波浪的形态。通过数值试验, 研究得到波浪反射系数和透射系数随潜体空间位置的相应变化规律。研究发现: 波浪反射系数和无量纲化的高阶谐波波幅随水平淹没圆柱间距以约 0.5 倍波长为重现距离作周期性振荡变化。

**关键词:** 非线性数值模拟; 势流理论; 多潜体; 高阶谐波;

## 1 引言

海洋工程中大量使用各种潜体结构。波浪在越过潜体时由于水深突然变浅, 会因为非线性浅水效应产生与基频波同速的高阶锁相波, 波浪通过潜体结构后, 随着水深增加锁相波释放为自由波。波浪能量的重新分配可能对潜体下游的船舶航行条件、建筑物安全以及潜体自身造成影响, 因此研究波浪与潜体的相互作用有着重要意义。

此前, 已有许多学者已经对波浪与潜体相互作用开展了大量的研究。Grue<sup>[1]</sup>实验研究表明, 入射波幅较小时, 透射波中的  $n$  阶分量分别与入射波幅  $n$  次方成正比。随着入射波幅进一步增加, 高阶谐波振幅会增大到饱和而后衰减。Cointe<sup>[2]</sup>采用满足完全非线性自由表面条件的势流模型对堤后高阶谐波进行数值模拟, 发现堤后二阶谐波随入射波幅变化与 Grue 等<sup>[3]</sup>的实验吻合良好。陈丽芬<sup>[4]</sup>在弱非线性条件下, 通过数值模拟发现潜堤后侧基频, 二倍频和三倍频的高阶谐波幅值随入射波波幅增大分别呈一次, 二次和三次函数关系增长, 与 Grue<sup>[1]</sup>的结果一致。Beji 等<sup>[5]</sup>通过观察由不同的波谱, 波频和波高组合成的 12 种入射波的波能谱随波浪在淹没潜堤地形上传播的空间变化, 在潜堤上部观察到高阶分量的产生; Shen 等<sup>[6]</sup>将 IB-VOF 组合模型用于对行进在浅水区的非线性色散波的数值模拟, 并将得到的自由水面高程与实验数据和其他研究者的数值结果进行比较, 认为该模型能够很好地模

拟出受强非线性效应影响的浅水波波形。Patarapanich<sup>[7]</sup>发现浸没的水平板前反射系数随板长和波长之比呈周期性变化。上述研究大都是基于单个潜体问题，而实际海洋工程中也经常出现多潜体并列作业情况，其诱发的高阶自由谐波和波浪反射不同于单潜体工况，相关研究还不多，本文将针对不同潜体间距布置情况进行数值模拟研究。

## 2 数学模型

考虑波浪与  $n$  个相同水平圆柱潜体相互作用问题(图 1)，建立笛卡尔直角坐标系  $Oxz$ ， $z$  轴向上为正， $x$  轴正方向向右，与波浪传播方向同向。设置静水面作为  $z=0$  平面，图中  $r$  表示圆柱潜体的半径， $h$  表示静水深， $h_i$  为潜体  $C_i$  的淹没水深， $d_i$  表示潜体  $C_i$  与  $C_{i+1}$  的净间距(即相邻圆柱的最短距离)， $S_F$  为自由水面， $S_O$  为出流边界， $S_B$  为底面边界和物面边界， $S_I$  为入射边界。为保证所得数据不受边界影响并且相对稳定，在潜体前后方一倍波长附近各设置 4 个测波点用于分析波浪组分，还在水槽两端分别布置阻尼层以消除边界引起的波浪反射。本文假设流体为无黏、不可压缩及流动无旋，则计算域内可用速度势来对流场进行描述。为了避免入射边界引起的波浪二次反射，在计算域内内嵌造波源产生入射波浪，这时速度势满足泊松方程：

$$\nabla^2 \phi = q^*(x, z, t) \quad (1)$$

式中， $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  为二维拉普拉斯算子， $q^*(x, z, t) = 2v\delta x$  为造波源强度，造波位置为入射边界 ( $x=0$ )， $v$  为流体质点速度，给定为二阶斯托克斯波解析解。

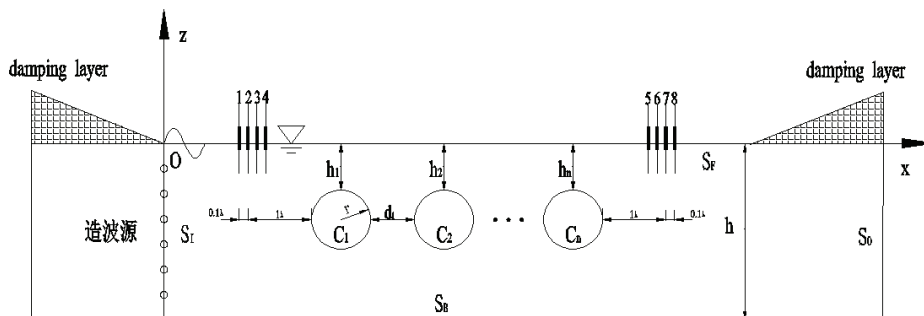


图 1 二维数值水槽示意图

自由水面边界条件满足完全非线性动力学和运动学边界条件，并采用欧拉-拉格朗日方法捕捉和更新自由表面，则自由表面条件可表示为：

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \text{ 在 } S_F \text{ 上} \quad (2)$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{\partial\phi}{\partial z} - v(x)\eta \text{ 在 } S_F \text{ 上} \quad (3)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -g\eta - \frac{1}{2}|\nabla\phi|^2 - v(x)\phi \text{ 在 } S_F \text{ 上} \quad (4)$$

式中,  $\eta$  表示自由水面;  $g$  表示重力加速度; 阻尼项  $v$  表示如下:

$$v(x) = \begin{cases} \omega \left( \frac{x-x_{1,2}}{L_b} \right)^2 & x < x_1 \text{ 或 } x > x_2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $L_b$  为阻尼层宽度, 取为 1.5 倍波长;  $x_{1,2}$  分别为左右阻尼层起始位置。

水槽底部和物面  $S_B$ , 满足不可穿透边界条件。

利用格林第二公式来求解域内速度势得到边界方程:

$$\alpha(p)\phi(p) = \int_S \left[ \phi(q) \frac{\partial G(p,q)}{\partial n} - \partial G(p,q) \frac{\partial \phi(q)}{\partial n} \right] dS + \int_{\Omega} q^* G(p,q) d\Omega \quad (6)$$

式中,  $p=(x_0, z_0)$  为源点;  $q=(x,z)$  为场点;  $\alpha(p)$  为固角系数;  $S$  为流域边界;  $G$  为简单格林函数。为减少计算量, 使用水底镜像的格林函数来消除掉水底边界积分。

对式 (6) 进行边界元离散, 再将其转换成局部参数坐标 ( $\xi$ ) 下的等参单元。为保证物理量连续, 采用二次形状函数插值方法插值。之后对离散后的积分方程建立有关速度势和其导数的线性方程组进行求解。在每一时间步都要更新节点和网格, 采用四阶 RK 法计算下一时刻的速度势和波面。

波浪传递到潜体后侧后的成分包括锁定波和高阶自由谐波, 故可以假设潜体后侧波面为如下形式:

$$\eta(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^{(F)} \cos(k_n x - n\omega t + \varphi_n(x)) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^{(L)} \cos(n(kx - \omega t + \varphi_l(x))) \quad (7)$$

式中,  $a_n^{(F)}, a_n^{(L)}$  分别为  $n$  阶自由波和锁定波波幅;  $\varphi_l(x), \varphi_n(x)$  分别为基频波和  $n$  ( $n \geq 2$ ) 阶自由波的初始相位角。波数  $k, k_n$  色散方程:

$$\begin{cases} \omega^2 = gk \tanh kh \\ (n\omega)^2 = gk_n \tan k_n h, \quad n = 2, 3, 4, \dots \end{cases} \quad (8)$$

在堤后选取  $x$  和  $x + \Delta x$  两点, 将其时间历程进行傅里叶变换结合三角函数正交性可求解得到堤后各波浪组分特征。

### 3 数值计算及讨论

数值水槽设置长为  $10\lambda$  (即 10 倍波长), 静水深  $h=0.45\text{m}$ , 水槽两端还各设有  $1.5\lambda$  长的阻尼区, 用以消减反射波浪。潜体半径  $r=0.1\text{m}$ 。经测试选择在圆柱表面设置 40 个网格,  $x$ 、 $z$  方向的网格数分别为 200 (即每波长 20 个网格单元) 和 10。时间步长  $\Delta t = T/60$ 。

图 2 显示波幅  $A=0.02\text{m}$ , 周期  $T=0.95\text{s}$  的入射波进入布置有 3 个等间距圆柱潜体的水槽后,  $t=28T$  和  $t=30T$  两个时间点的沿水槽  $x$  方向的波面分布。潜体淹没水深  $h_i$  均为  $0.1\text{m}$ 。左, 右两图相邻圆柱潜体净距分别为  $1.297\text{m}$  和  $2.668\text{m}$ 。图像底部垂直虚线代表 3 个圆柱潜体圆心位置。从图 2 中可以看出, 潜体  $C_1$  上游波面规则, 但是波浪越过  $C_1$  后, 与潜体的强非线性作用使得波面的规则性和对称性被破坏。此外, 水槽两端没有发生明显的波浪反射, 说明消波阻尼层效果良好。同时我们可以发现  $t=28T$  和  $t=30T$  两个时间点的波面十分吻合, 证明了数值模型的稳定性。

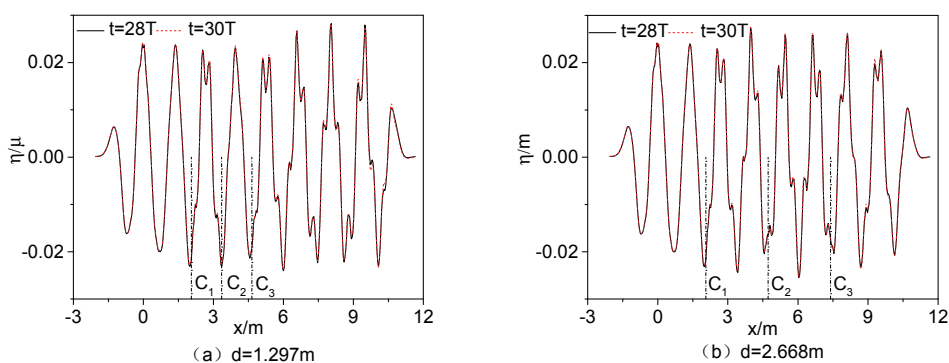


图 2 波面在  $t=28T$  和  $t=30T$  沿水槽  $x$  方向的分布

图 3 给出  $n$  个圆柱间间距同步变化 ( $n=2,3,4$ ), 潜体前反射率与潜体后无量纲化的二阶谐波波幅相应的变化情况。从图 3 可以发现反射系数和二阶谐波波幅均以约 0.5 倍波长为重现距离作周期性振荡, 且二者的变化关系是反相位的, 遵循能量守恒定律; 图 3a 中反射系数峰值随着圆柱数量增加而增大, 与自然规律相符。在图 3b 中  $n=3$  时我们可以发现在每个重现周期中, 存在着一大一小两个峰值, 相应的在图 3a 中本应是波谷的地方反射系数有所上涨。图 4 给出了四圆柱体系在下述工况中, 潜体上游反射率随圆柱间距和下游二阶谐波波幅的变化关系。工况一为上游两相邻圆柱净间距  $d_1$  变化, 其余净间距恒为  $0.4\text{m}$ ; 工况二为  $d_2$  变化, 其余净间距恒为  $0.4\text{m}$ ; 工况三为  $d_3$  变化, 其余净间距恒为  $0.4\text{m}$ ; 从图 4 中可以发现, 三种工况下二阶谐波波幅和反射系数同样随间距均以约 0.5 倍波长为重现距离作周期性振荡变化, 周期性规律并不因间距变化位置的改变而改变; 工况一和工况三的图像相位和振幅基本一致, 这是由于工况一和工况三的多圆柱体系互相对称, 而工况二却

截然不同，其反射系数峰值明显高于前两者，二阶谐波变化规律则与前两者反相位。

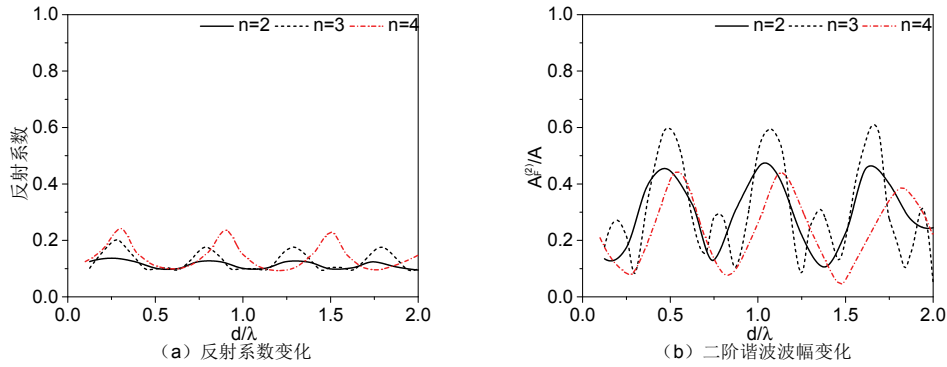


图3 多种工况下，反射系数及二阶谐波波幅随圆柱间距增加的变化

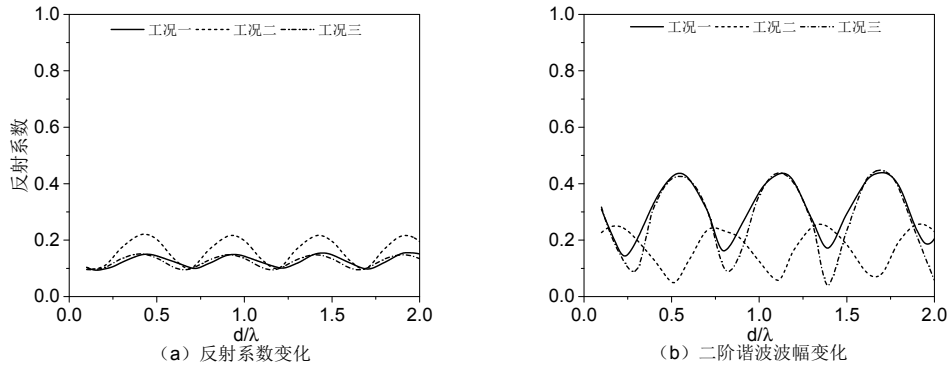


图4 四圆柱体系的多种工况下，反射系数及二阶波幅随圆柱间距增加的变化

#### 4 结论

本文基于时域高阶边界元方法建立的二维水槽模型研究波浪与多圆柱潜体的非线性相互作用发现：潜体前反射率和二阶透射谐波波幅均随圆柱间距变化作周期性振荡，重现距离约为 0.5 倍波长；圆柱个数和间距变化的位置不会改变反射系数和二阶谐波周期性变化的规律；圆柱潜体阵列反射效率较低，不适合作为防波建筑物。

#### 参考文献

- 1 GRUE J. Nonlinear water waves at a submerged obstacle or bottom topography[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1992,244:455-476.
- 2 COINTE R. Nonlinear simulation of transient free surface flows: 5th Zntl Conj. on Numerical Ship Hydrodynamics, Hiroshima, September., Hiroshima, 1989[C].

- 3 GRUE J, GRANLUND K. Impact of nonlinearity upon waves travelling over a submerged cylinder[J]. Preprint series. Mechanics and Applied Mathematics <http://urn.nb.no/URN:NBN:no-23418>, 1987.
- 4 陈丽芬, 宁德志, 滕斌, 等. 潜堤后高阶自由谐波的研究[J]. 海洋学报(中文版), 2011(06):165-172.
- 5 BEJI S, BATTJES J A. Experimental investigation of wave propagation over a bar[J]. Coastal Engineering, 1993,19(1):151-162.
- 6 SHEN L, CHAN E. Numerical simulation of nonlinear dispersive waves propagating over a submerged bar by IB - VOF model[J]. Ocean Engineering, 2011,38(2-3):319-328.
- 7 PATARAPANICH M. Maximum and Zero Reflection from Submerged Plate[J]. Journal of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering-ASCE, 1984,110(2):171-181.
- 8 李庆昕, 宁德志, 滕斌. 多个淹没水平圆柱诱发高阶谐波特性的数值与试验研究[J]. 海洋学报, 2017(01):96-103.

## **Nonlinear numerical simulation of interaction between waves and multi-submersibles**

ZHANG Shi-bin, WANG Bo, ZHANG Xin-yi, NING De-zhi

(State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, 116024.

Email: [296378071@qq.com](mailto:296378071@qq.com))

**Abstract:** Multi-submerged structures are widely used in ocean engineering. Waves passing through the submerged structure results in complex nonlinear interactions with them. The reflection and transmission of waves (especially the transmission of high-order components) may affect the navigation conditions in the surrounding seas and induces problems such as water resonance. Based on the potential flow theory, this paper establishes a two-dimensional numerical wave tank model for studying nonlinear wave action by using the time domain high-order boundary element method of the domain internal wave-making technique. In the model, the two-point method is used to separate the forms of the wave before and after the submerged body. Through numerical experiments, the corresponding variation law of wave reflection coefficient and the transmission coefficient with the spatial position of the submerged body is obtained. It is found that the wave reflection coefficient and the dimensionless high-order harmonic wave amplitude change periodically with the horizontal distance of the submerged cylinder spacing with a reproduction distance of about 0.5 times.

**Key words:** Nonlinear numerical simulation; Potential flow theory; Multi-submersible; Higher harmonics.