

基于 GPU 加速 MPS 方法的三维急弯河道溃坝流动问题数值模拟

鲁逸豪, 陈翔, 万德成*

(上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院 海洋工程国家重点实验室 高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 上海, 20040, *通讯作者 Email: dcwan@sjtu.edu.cn)

摘要: 溃坝流动是一种灾害性的复杂流动现象, 本文将 GPU 加速技术与 MPS 方法相结合, 采用本课题组自主开发的 MPSGPU-SJTU 求解器对三维急弯细长河道中的溃坝流动问题进行了数值模拟。监测河道中轴线处自由液面水位与速度场分布情况, 数值模拟结果与实验数据结果吻合较好, 另外本文对比了 CPU 与 GPU 的计算时间, 验证了采用 GPU 并行技术可以大幅提高 MPS 方法计算效率。本文还改变了初始流场的水位高度, 计算 3 种不同工况, 同时在河道壁面布置压力监测点预报河道所受的砰击压力, 评估溃坝流动的危害。

关键词: 急弯河道溃坝流动; MPS 方法; GPU 加速技术; MPSGPU-SJTU 求解器

1 引言

在流体力学研究中, 溃坝流动是一种较为复杂的流动现象, 非线性特征较强。由于溃坝过程中水位落差大, 水流流速大, 流体自由面发生大变形的同时将伴有翻卷、破碎等现象。在防灾减灾工程及防护工程中, 溃坝是一种典型的灾害性现象, 坝体失效后, 水流迅速流动至下游, 对下游结构与建筑物产生较为剧烈的砰击, 造成房屋与树木的损毁, 同时对下游人员的安全带来极大威胁, 因此研究溃坝流动现象对灾害预报较为重要。

溃坝问题的理论研究最早可追溯至1892年, Ritter^[1]给出了溃坝流流动的理论解, Hunt和Chanson^[2-3]将理论解进行完善, 推广至有限长蓄水池、有坡度河道的情况。同时对于溃坝流动的自由表面演化与速度分布情况也吸引了国内外学者开展相关实验研究, Soares^[4]研究了溃坝流撞击下游建筑物后的演变情况, Bellos等^[5]研究了变截面巷道溃坝流的流动情况, Soares等^[6]研究了弯管中溃坝流流动情况。

溃坝流动的数值模拟主要分为网格类方法与无网格类方法。在网格类方法中, Fondelli^[7]等讨论了自适应网格在模拟溃坝流动的应用, 陶建华等^[8]采用level set方法对自由表面进行处理, 曹洪建等^[9]采用VOF方法对溃坝流动进行模拟, 得到了较为准确的预报结果。但

是, 溃坝流动伴随着自由液面的大变形, 使用网格类方法需进行网格重构等特殊处理, 计算过程较为繁琐, 而无网格类方法由于空间上采用粒子进行离散, 没有固定的拓扑关系, 对自由面大变形问题的处理存在优势。无网格类方法主要有光滑粒子流体动力学方法 (Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH) 和移动粒子半隐式方法 (Moving Particle Semi-Implicit, MPS)。李婧文等^[10]采用了SPH方法选用三次样条型和Wendland型两种光滑函数模拟了二维溃坝过程, 田鑫^[11]等采用MPS方法对二维、三维的逐渐溃坝过程进行数值模拟, 张雨新等^[12]研究了MPS方法在三维溃坝问题中的应用, 运用改进的XMPS方法对粒子的移动方式进行修改, 得到了更加优化的数值模拟结果, 张弛等^[13]分别采用了SPH与MPS方法对溃坝过程进行模拟, 同时比较两种方法在粒子分布特点、收敛性与计算效率方面的差异。

本文采用了基于GPU并行运算MPS方法进行数值模拟研究, 首先介绍了MPS数值方法的基本理论, 接着简述了GPU并行运算的基本原理与CUDA平台的特点, 最后采用课题组自主开发的MPSGPU-SJTU求解器进行数值模拟计算, 对计算结果进行分析。

2 数值方法

MPS方法针对求解粘性不可压缩流体, 控制方程包括连续性方程和Navier-Stokes方程, 方程的粒子形式表示为:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\nabla^2\mathbf{V} + \mathbf{g} \quad (2)$$

其中, ρ 和 ν 分别为流体密度和流体运动黏性系数, \mathbf{V} , P , \mathbf{g} 分别为速度矢量、压力和重力矢量, t 为时间。

粒子间的相互作用通核函数实现, 本文使用改进后的核函数, 避免了函数中由于奇点导致计算结果的高频震荡, 改进后的核函数^[14]表达式如下:

$$W(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{0.85r + 0.15r_e} - 1 & 0 \leq r < r_e \\ 0 & r_e \leq r \end{cases} \quad (3)$$

其中, $r = |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|$ 为粒子 i 和 j 的间距, r_e 是粒子的影响半径。在实际计算中, 不同的粒子离散模型选取不同的影响半径。

粒子数密度定义为核函数作用半径内所有邻居粒子的核函数之和:

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (4)$$

粒子数密度与流场中某一点的密度呈正比, 通过保持粒子数密度不变来保持流体的不

可压缩性。

对于控制方程中的散度项，采用散度模型离散，以方程（2）中的压力散度项为例：

$$\langle \nabla P \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{P_j + P_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2} (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i) \cdot W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (5)$$

其中， D 代表维度， n^0 为初始粒子数密度。

对于方程（2）中的拉普拉斯项，采用 Koshizuka 等^[15]给出的离散方法：

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2D}{n^0 \lambda_i} \sum_{j \neq i} (\phi_j - \phi_i) \cdot W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) \quad (6)$$

其中，为使结果与扩散方程解析解相一致，引入 λ ：

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|) |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^2}{\sum_{j \neq i} W(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|)} \quad (7)$$

流体自由液面构成求解 Poisson 方程的零压力边界条件，由于自由面处粒子数密度偏小，最初根据这一特点判断自由表面粒子：

$$\langle n \rangle_i^* < \beta \cdot n^0 \quad (8)$$

其中， β 为判断参数，一般情况下取 0.8~0.99。满足此条件的粒子被认定为自由表面粒子，压力设置为 0。但此判别式缺陷在于，部分粒子数密度较小的流体内部粒子将会发生误判。针对此问题，本文采用改进的自由表面判断方法^[16]，满足 $n^* \leq 0.8n^0$ 的粒子被判定为自由表面粒子，满足 $n^* \geq 0.97n^0$ 的粒子被判定为非自由表面粒子，对于 $0.8n^0 < n^* < 0.97n^0$ 的粒子，引入矢量函数表征邻居粒子不对称性：

$$\langle F \rangle_i = \frac{D}{n^0} \sum_{j \neq i} \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) W(r_{ij}) \quad (9)$$

当粒子满足：

$$\langle |F| \rangle_i > \alpha \quad (10)$$

则被判定为自由面粒子，式中，取 $\alpha = 0.9|F^0|$ ， $|F^0|$ 为初始时刻自由面粒子的 $|F|$ 。

MPS 方法采用预估-修正（半隐式）的方式来求解流体控制方程，单个时间步的求解流程如下：

(1) 以粘性力和质量力为源项对速度进行显式修正，获得临时速度 V_i^* 与临时位置 r_i^* ：

$$V_i^* = V_i^n + \Delta t(v\nabla^2 V + f) \quad (11)$$

$$r_i^* = r_i^n + \Delta t \cdot V_i^* \quad (12)$$

(2) 计算粒子数密度 n^* 。

(3) 求解压力 Poisson 方程，获得下一时刻的压力 P^{n+1} ，本文采用了 Tanaka 等^[17]与 Lee 等^[18]改进的引入混合源项的 Poisson 方程：

$$\langle \nabla^2 P^{n+1} \rangle_i = (1-\gamma) \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot V_i^* - \gamma \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{\langle n^* \rangle_i - n^0}{n^0} \quad (2-13)$$

(4) 根据求得的压力，对下一时刻的粒子速度 V_i^{n+1} 和粒子位置 r_i^{n+1} 进行隐式修正：

$$V_i^{n+1} = V_i^* - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{n+1} \quad (2-14)$$

$$r_i^{n+1} = r_i^n + \Delta t \cdot V_i^{n+1} \quad (2-15)$$

3 GPU 加速技术

3.1 GPU 并行运算优势

在数值模拟过程中，往往需要划分大量网格或粒子，计算的过程中需进行大量的迭代求解，计算量较大，采用单核 CPU 求解往往需要耗时几天甚至数月。为了缩短数值模拟的计算时间，提高计算效率，本文采用了 GPU 并行运算技术进行计算求解。GPU 全称为 Graphics Processing Unit，是专门用来处理图形信息的处理器，如图 1 所示，一个 GPU 设备拥有成百上千个处理单元，同时 GPU 采用并行结构，可同时处理大量并行运算任务，相较 CPU 处理器的串行结构，计算效率大幅提升。



图 1 GPU 与 CPU 结构对比

3.2 CUDA 平台编程特征

CUDA 为 NVIDIA 公司 2007 年推出的 GPU 编程平台。在 CUDA 平台中，CPU 被称为主机 (Host)，GPU 被称为设备 (Device)，CPU 执行串行代码，GPU 调用 Kernel 函数执行并行代码。本次 MPSGPU-SJTU 采用 CUDA C/C++ 进行开发，CUDA C/C++ 是一种基于 C 语言的编程语言，通过代码库调用实现 GPU 端运算。MPSGPU-SJTU 求解器中 CPU 负责读取参数、输出数据等辅助性工作，GPU 负责实现 MPS 方法计算流程。计算过程中，CPU 将计算参数传输至 GPU，其次在 GPU 上执行 MPS 求解过程，计算完毕后 CPU 输出计算结果。

4 数值模拟

4.1 数值试验与验证

本文对三维溃坝流通过 90°急弯河道的流动过程进行了数值模拟，计算模型如图 2 所示。在初始时刻，流体存储在一个侧面开口，长宽高为 $2.39 \times 2.44 \times 1.0 \text{ m}^3$ 的方形蓄水池中，蓄水池开口处连接截面为方形的河道，河道宽 0.495m，底部高出蓄水池底 0.33m，沿长度方向呈“L”型弯曲。计算具体参数如表 2 所示。

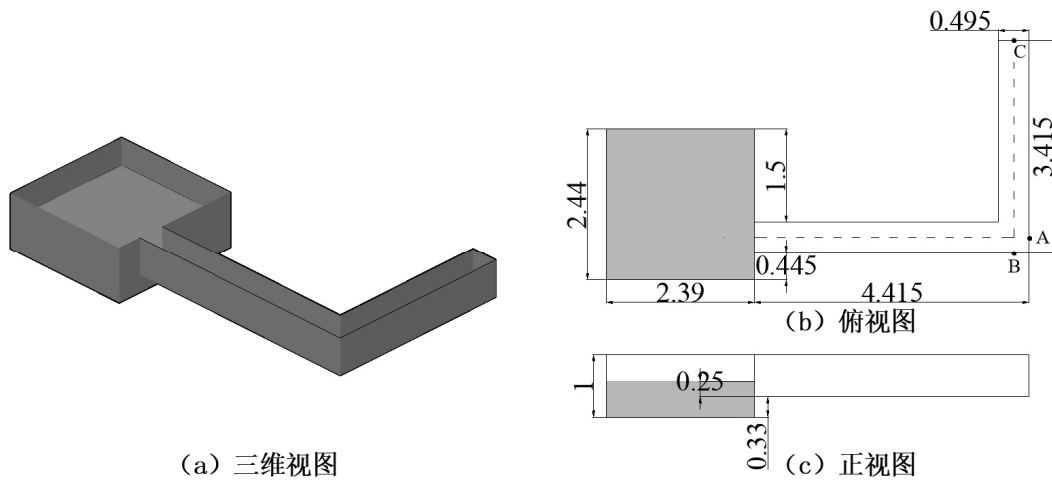


图 2 三维急弯河道溃坝流动的计算模型

表 1 水位高 0.58m 工况数值模拟计算参数

物理量	值	物理量	值
水体体积/ m^3	$2.39 \times 2.44 \times 0.58$	时间步长/s	0.0005
河道中轴线总长/m	9.725	总时长/s	10
粒子间距/m	0.015	密度/ $\text{kg} \cdot \text{m}^3$	1000
流体粒子数	992082	运动黏度/ $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	1.01×10^{-6}
总粒子数	1386321	重力加速度/ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	9.81

图 3 为 $t=3, 5, 7\text{s}$ 时的溃坝流动演变情况，由图中所示， $t=3\text{s}$ 时，流动通过河道急弯处，水流前端流动较为剧烈，流体撞击急弯处速度骤降； $t=5\text{s}$ 时，在河道终端与急弯处均产生一定的回流现象； $t=7\text{s}$ 时，河道终端与急弯处的回流进一步向上游发展，形成两个充分发展的低速流动区域。

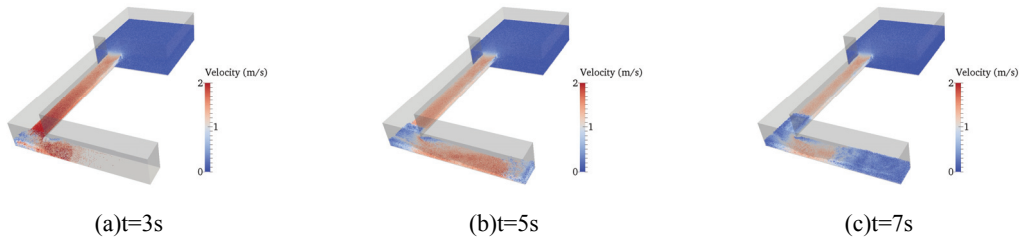


图3 水位高度 0.58m 工况下的流动情况与速度场分布

图4为本次数值模拟结果与实验结果在河道中线处测得的自由液面高度比较。当 $t=3s$ 时，由于弯道的阻塞影响，溃坝流过弯道处产生一定的流动滞留，导致水位上升，在 $x=6.7m$ 处左右形成自由液面最高点；当 $t=5s$ 时，弯道处的水流堆积有所释放，分别在上游与下游形成两个水位高峰；当 $t=7s$ 时，回流经过充分发展，在 $x=5.7\sim 7.2m$ 处形成高水位区间。MPSGPU-SJTU 数值模拟结果与实验结果较为接近。

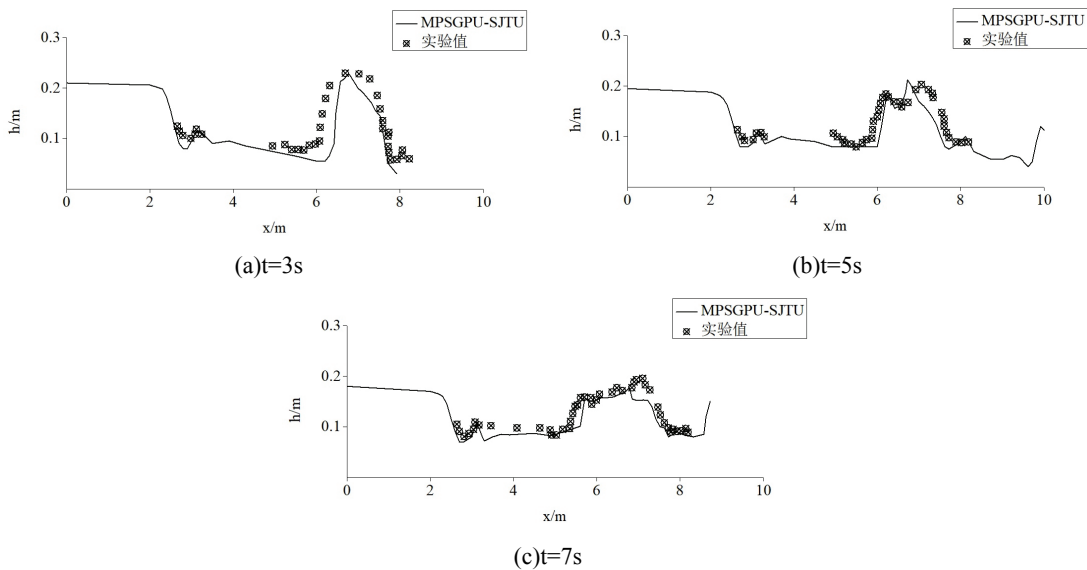


图4 不同时刻中线面水位分布比较

图5为 $t=7s$ 弯道处自由液面速度分布情况，如图所示，在 $x < 5.5m$ 时，自由表面速度受弯道影响较小，而在溃坝流进入弯道后，由于流体阻塞叠加回流效应导致流速大幅降低，在弯道前部形成低速区。弯道处流体在外弯道与内弯道处形成两个明显的低流速区域。MPSGPU-SJTU 数值模拟结果与实验结果较为接近。

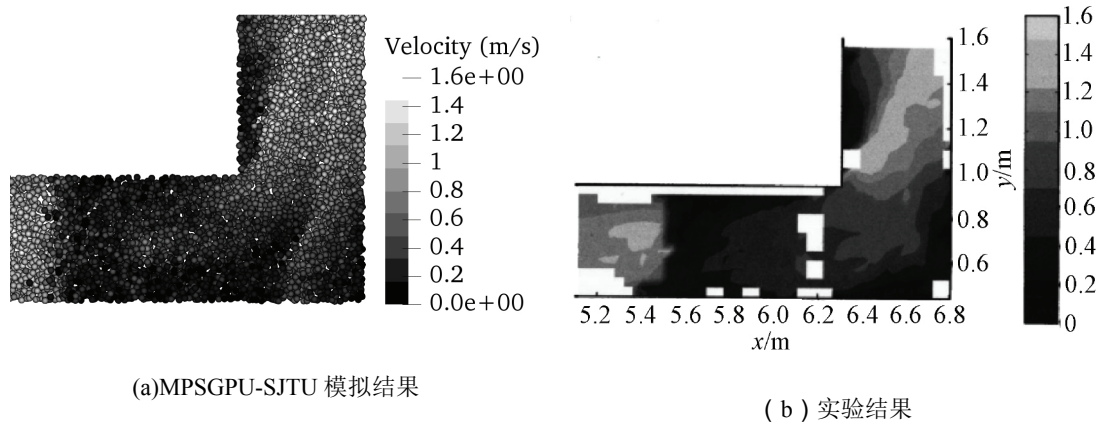


图5 弯道处自由液面速度分布

另外，本文还对此问题采用 CPU 求解器 MLParticle-SJTU 进行了 1000 步的数值模拟。表 2 列出了本次计算的设备参数。表 3 分别列出了 GPU 设备，单核 CPU 设备和 10 核 CPU 设备的计算时间。单核 CPU 计算 1000 步耗时约 40.17 小时，10 核 CPU 耗时约 5 小时，GPU 设备并行运算耗时约 1.17 小时，结果表明，GPU 并行计算能有效地提升计算效率。

表 2 本次计算的设备参数

设备	GPU	CPU
处理器	Tesla K40	E5-2670
显存（内存）/GB	12	16
编程语言	CUDA C/ C++	C++
编译器	CUDA 7.0	gcc

表 3 CPU 与 GPU 计算耗时对比

计算设备	单核 CPU	10 核 CPU	GPU
计算时间/h	40.17	5.00	1.17

4.2 不同水位高度溃坝流动对比

为了研究了不同水位高度对溃坝流动的影响，本文还计算了水位高度分别 0.68m、0.78m 的两个工况，其他计算参数保持不变，如表 1 所示。水位高度 0.68m 工况的流体粒子数为 1170148 个，总粒子数为 1564387 个；水位高度 0.78m 工况的流体粒子数为 1322776 个，总粒子数为 1717015 个。

图 6 展示了水位高度分别为 0.58m、0.68m、0.78m 工况下的流动情况。t=3s 时，如图 6(a)所示，水位 0.58m 工况下，溃坝流前端发展至弯道处，而水位 0.78m 工况下，由于水

位差大，流动发展较快，溃坝流前端已发展至河道尽头。 $t=5s$ 时，如图 6(b)所示，由于急弯的阻塞效应，3 种工况下溃坝流均在弯管处形成高水位区域，同时产生不同程度的回流现象。 $t=7s$ 时，如图 6(c)所示，河道后半段回流经过充分发展，与来流混合形成稳定的低速流动区域，弯管处回流进一步向上游发展。另外，MPSGPU-SJTU 在 3 种工况中均模拟出了回流的自由表面翻卷、破碎等现象，且呈现初始水位越高，溃坝流动速度越快，翻卷与破碎越剧烈的趋势。

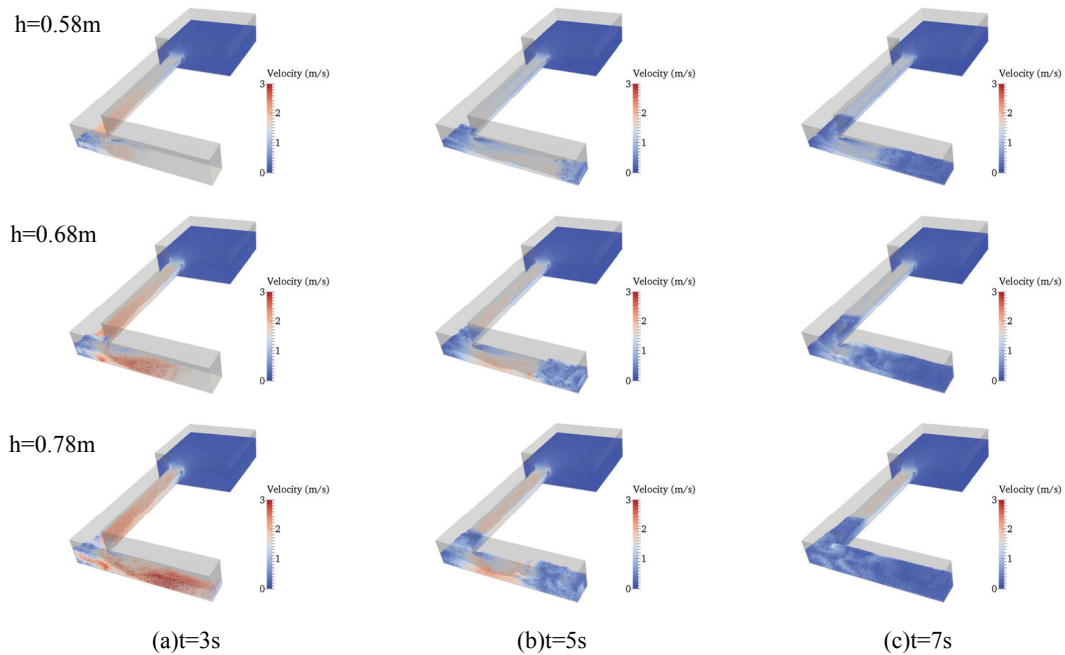


图 6 不同水位高度工况下的流动情况与速度场分布

图 7 为蓄水池水位 0.58m、0.68m、0.78m 3 个工况下，关键点位的最大压力分布情况，本次数值模拟分别在中线面的 A、B、C 处距河道底部 0.05m、0.15m、0.25m、0.35m、0.45m 高度处监测了 15 个点的最大压力值，布置位置见图 2(b)。A 处为溃坝流动在弯道处正面砸击河道壁面的情况，B 处为溃坝流经过弯道后正面砸击河道尽头壁面的情况，C 处为弯道处流动阻塞在侧壁面产生压强的情况。监测结果显示，在同一点处，溃坝流对壁面的砸击压力随初始水位的升高而增大，同时由于弯道处流动阻塞影响，导致流动呈现出一定复杂性，各点处压强并非与初始水位高度呈线性变化。

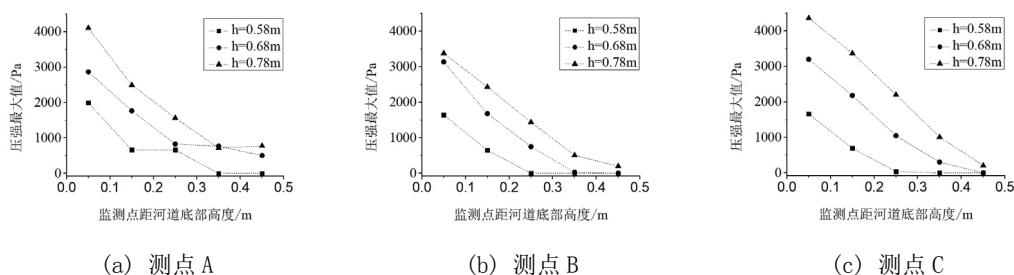


图 7 不同水位高度工况下测点的最大压力分布

5 结论

本文采用基于 GPU 加速的 MPS 方法,对溃坝流动通过三维急弯河道问题进行数值模拟。本文对河道中线面自由液面高度进行监测,同时给出弯道处自由液面的速度分布情况,计算结果与实验数据较为吻合,说明 MPSGPU-SJTU 可以很好的预报三维溃坝流动的水位高度与速度分布情况。本文通过与 CPU 计算速度进行对比,验证了 GPU 并行运算可以大幅提升计算速度。另外,本文通过改变蓄水池水位,分别观察水位高度在 0.58m、0.68m、0.78m 时溃坝流对壁面的碰击情况,结果显示,蓄水池初始水位越高,溃坝流产生压强越大,由于流动通过急弯后呈现复杂性,压强并非与初始水位高度呈线性变化。

致谢

本文得到国家自然科学基金 (51879159, 51490675, 11432009, 51579145)、长江学者奖励计划 (T2014099)、上海高校特聘教授(东方学者)岗位跟踪计划 (2013022)、上海市优秀学术带头人计划 (17XD1402300)、工信部数值水池创新专项课题 (2016-23/09) 资助项目。在此一并表示感谢。

参考文献

- 1 Ritter A . Die Fortpflanzung der Wasserwellen. Zeitschrift Verein Deutscher Ingenieure.
- 2 Hunt B . Dam-Break Solution. Journal of Hydraulic Engineering, 1984, 110(6):675-686.
- 3 Chanson H . Analytical Solutions of Laminar and Turbulent Dam Break Wave. Proc.intl Conf.fluvial Hydraulics River Flow, 2006, 1:465-474.
- 4 Soares-Frazao S , Zech Y . Experimental study of dam-break flow against an isolated obstacle. Journal of Hydraulic Research, 2007, 45(sup1):27-36.
- 5 Bellos C V , Soulis V , Sakkas J G . Experimental investigation of two-dimensional dam-break induced

- flows. Journal of Hydraulic Research, 1992, 30(1):47-63.
- 6 Soares Frazao S , Zech Y . Dam break in channels with 90 degrees bend. Journal of Hydraulic Engineering, 2002, 128(11):956-968.
- 7 Fondelli T , Andreini A , Facchini B . Numerical Simulation of Dam-Break Problem Using an Adaptive Meshing Approach. Energy Procedia, 2015, 82:309-315.
- 8 陶建华, 谢伟松. 用LEVEL SET方法计算溃坝波的传播过程. 水利学报, 1999, 30(10):17-22.
- 9 曹洪建, 万德成, 杨驰. 三维溃坝波绕方柱剧烈流动的数值模拟. 水动力学研究与进展A辑, 2013, 28(4).
- 10 李婧文, 陈昌平, 孙家文, 等. 基于溃坝模型的SPH方法光滑函数模拟中国海洋平台, 2017(2).
- 11 田鑫, 陈翔, 万德成. MPS方法数值模拟逐渐溃坝问题. 第十四届全国水动力学学术会议暨第二十八届全国水动力学研讨会文集(下册). 2017.
- 12 张雨新, 万德成. MPS方法在三维溃坝问题中的应用. 中国科学:物理学 力学 天文学, 2011(2):34-48.
- 13 张驰, 张雨新, 万德成. SPH方法和MPS方法模拟溃坝问题的比较分析. 水动力学研究与进展, 2011, 26(6):736-746.
- 14 ZHANG Y, WAN D. Apply MPS method to simulate motion of floating body interacting with solitary wave. Proceedings of the Seventh International Workshop on Ship Hydrodynamics, Shanghai, China, 2011.
- 15 Koshizuka S , Nobe A , Oka Y . Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi - implicit method. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2015, 26(7):751-769.
- 16 张雨新, 万德成. 改进的MPS方法在晃荡问题中的应用. 第二十三届全国水动力学研讨会暨第十届全国水动力学学术会议文集. 2011.
- 17 Tanaka M , Masunaga T . Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by Quasi-Compressibility. Journal of Computational Physics, 2010, 229(11):4279-4290.
- 18 Lee B H , Park J C , Kim M H , et al. Step-by-step improvement of MPS method in simulating violent free-surface motions and impact-loads. Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering, 2011, 200(9-12):1113-1125.

Numerical simulation of three-dimensional dam break flow in a channel with sharp bend based on GPU accelerated MPS method

LU Yi-hao, CHEN Xiang, WAN De-cheng

(Shanghai Jiao Tong University, School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, State Key Laboratory of Ocean Engineering, Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration, Shanghai, 200240. Email: dcwan@sjtu.edu.cn)

Abstract: Dam-breaking is a disastrous phenomenon with complicated fluid properties. In this paper, a numerical simulation of three-dimensional dam break flow in slender channel with a 90

degree bend is studied based on the in-house MPSGPU-SJTU solver. The free surface water level at the central axis and velocity field are in good agreement with the experimental data. Compared with the calculation time of CPU, the efficiency is highly improved with the help of GPU parallel calculation technology. Moreover, pressures on side walls are measured in cases of different initial water levels to evaluate the damage of dam-breaking.

Key words: dam break flow in sharp bend; MPS method; GPU; MPSGPU-SJTU solver.