

# 颗粒在幂律流体剪切流中运动和分布研究

胡箫, 欧阳振宇, 林建忠

(浙江大学航空航天学院流体工程研究所, 杭州, 310027, Email: mecjzlin@public.zju.edu.cn)

**摘要:** 本研究采用 IB-LBM 方法研究颗粒在幂律流体剪切流场中的运动和分布。研究表明, 颗粒在剪切变稀流体中容易偏离中线平衡位置, 而在剪切增稠流体中则趋向于中线。在剪切变稀流体中, 颗粒在较低雷诺数时便可形成具有均匀间距的排列, 在高雷诺数时颗粒的间距将发生波动; 当幂律指数为 0.8 时, 颗粒的间距呈正弦式规律变化。当流场雷诺数小于临界雷诺数时, 颗粒形成具有均匀间距的排列, 且雷诺数越大, 间距越小。幂律指数越小, 则临界雷诺数越低。增加颗粒直径, 颗粒间距随雷诺数先增加后降低。

**关键词:** 颗粒运动; 幂律流体; 直接数值模拟; 格子玻尔兹曼方法

## 1 引言

两相颗粒流广泛存在于自然界和生活中, 如血细胞和药物颗粒在血液中的流动, 污染颗粒物在呼吸道中的运动<sup>[1]</sup>, 微流控芯片中颗粒高效分离输运<sup>[2]</sup>等。实际颗粒流的流体相通常为非牛顿流体<sup>[3-4]</sup>, 而颗粒在非牛顿流体中惯性聚集对颗粒分离筛选具有重要应用价值<sup>[2]</sup>。

惯性聚集效应最早由 Segre & Silberberg<sup>[5]</sup>发现, 即颗粒会聚集到离管道中线 0.6 倍半径的环形区域内。此后大量研究者开始研究颗粒的惯性迁移问题。Matas<sup>[6]</sup>观察到较大雷诺数下颗粒在圆管中的惯性聚集现象, 并称为颗粒成串。Humphry<sup>[7]</sup>实验研究有限雷诺数下颗粒在轴向和横向位置, 发现颗粒聚集位置和数量取决于单位长度颗粒数。Kulkarni<sup>[8]</sup>研究两颗粒在有限雷诺数牛顿流体剪切流中的运动, 发现颗粒出现旋转和反向运动的新流动轨迹。Choi<sup>[9]</sup>研究了二维流场简单剪切流中颗粒在黏弹性流体中的成串现象, 发现颗粒数量和流场特性影响颗粒的成串结构和长度。Firouznia<sup>[10]</sup>实验研究颗粒在牛顿流体和剪切变稀流体剪切流场中的相互作用, 发现非牛顿流体影响颗粒间的相互作用和颗粒运动轨迹。Nie<sup>[3]</sup>研究了两颗粒在幂律流体剪切流场中的运动及两颗粒向中心固定的圆柱靠近时的运动轨迹, 发现高雷诺数和低幂律指数时, 颗粒更容易绕过固定圆柱运动。Ouyang<sup>[11]</sup>研究了自驱动颗粒在幂律流体中相互靠近时水动力相互作用及效率。

综上所述, 虽然以往对于颗粒的排列现象已有一些研究结果, 但颗粒在幂律流体剪切流中运动时, 幂律指数、壁面效应和有限雷诺数时惯性作用对颗粒排列现象的影响尚不清楚, 而这对于颗粒的分离、筛选和计数等具有重要的应用价值。因此, 采用浸没边界-格子

玻尔兹曼(IB-LBM)方法研究颗粒在幂律流体剪切流中的运动, 探讨颗粒在剪切变稀和剪切增稠作用下的惯性迁移以及雷诺数、幂律指数对颗粒间距的影响。

## 2 数值模拟方法

黏性不可压缩流动可用含有外力项的单松弛格子玻尔兹曼 (LBE) 方程表示为<sup>[3,11]</sup>:

$$f_i(\mathbf{r} + \Delta t \mathbf{e}_i, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\tau} (f_i^{eq}(\mathbf{r}, t) - f_i(\mathbf{r}, t)) + \Delta t \frac{w_i \rho}{c_s^2} \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{f}, \quad (1)$$

$$f_i^{eq}(\mathbf{r}, t) = \rho w_i \left[ 1 + \frac{3}{c^2} \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u} + \frac{9}{2c^4} (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3\mathbf{u}^2}{2c^2} \right], \quad (2)$$

式中:  $\tau$  为松弛时间,  $\Delta t$  为单位格子时间,  $f_i(\mathbf{r}, t)$  为  $t$  时刻  $\mathbf{r}$  处速度方向  $\mathbf{e}_i$  的粒子密度分布函数,  $c_s$  为声速  $c_s^2 = c^2/3$ ,  $c$  为格子速度,  $\mathbf{f}$  为外力,  $f_i^{eq}(\mathbf{r}, t)$  为平衡分布函数。  $w_i$  为权函数, 对于离散速度空间, 当选择二维 9 速度模型(D2Q9)时, 格子模型各方向权系数为  $w_i = 4/9$ ,  $i=0$ 、 $w_i = 1/9$ ,  $i=1\sim 4$ 、 $w_i = 1/36$ ,  $i=5\sim 8$ ,  $\rho$  和  $\mathbf{u}$  为流体的宏观密度和速度。

$$\rho = \sum f_i, \quad \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \sum f_i \mathbf{e}_i. \quad (3)$$

幂律流体的黏性依赖于当地流场, 其有效黏度与流体的剪切率相关  $\mu = m |\dot{\gamma}|^{n-1}$ , 式中  $m$  和  $n$  分别为幂律系数和行为指数,  $n=1$  表示黏度为常数  $m$  的牛顿流体,  $n < 1$  和  $n > 1$  分别表示剪切变稀和剪切变稠流体,  $\dot{\gamma}$  为应变率张量。本文流场雷诺数定义为  $Re = (2U_0)^{2-n} H^n / m$ 。

## 3 方法验证

为验证模型与方法, 先计算颗粒在牛顿流体剪切流运动轨迹, 壁面长度  $L$  为  $2000\Delta x$  ( $\Delta x=1$ ), 两板间距  $H$  为  $80\Delta x$ , 颗粒直径  $D$  为  $20\Delta x$ 。如图 1, 说明计算的运动轨迹与参考文献[3,12-14]结果具有很好的一致性。本文还计算了牛顿流体剪切流场中两个颗粒在中线上以相同速度相向运动的轨迹, 如图 2 所示, 与文献[12]非常吻合, 说明两颗粒在分离过程中分别向上下剪切板方向运动, 并在上下板的剪切作用下又再次回到中线平衡位置。

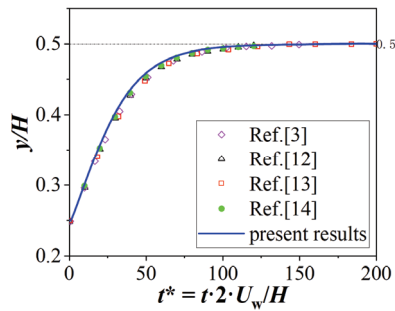


图1 单颗粒运动轨迹

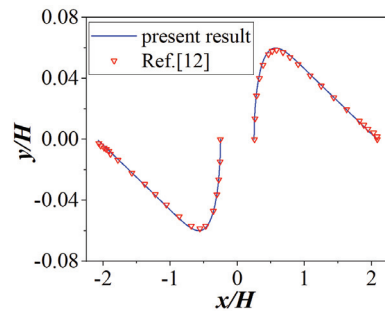


图2 相向运动两颗粒运动轨迹

## 4 结果与讨论

### 4.1 单颗粒在幂律流体中的运动

用同样的流场计算雷诺数  $Re=45$ 、 $90$ 、 $135$  和  $200$ ， $n=0.6$ 、 $1.0$  及  $1.2$  时，单颗粒往中线平衡位置迁移轨迹随时间变化，由图 3(a)可知， $n=0.6$  的剪切变稀流体中，小  $Re$  时颗粒迁移到中线位置，随着  $Re$  数增加，颗粒偏离中线， $Re$  数越大，颗粒离中线越远。图 3(b)  $n=1.0$ ，只有  $Re=200$  时颗粒未迁移到中线。当  $n$  为  $1.2$  时，图 3(c)中颗粒能迁移到中线，且  $Re$  数越大，颗粒越快到中线。

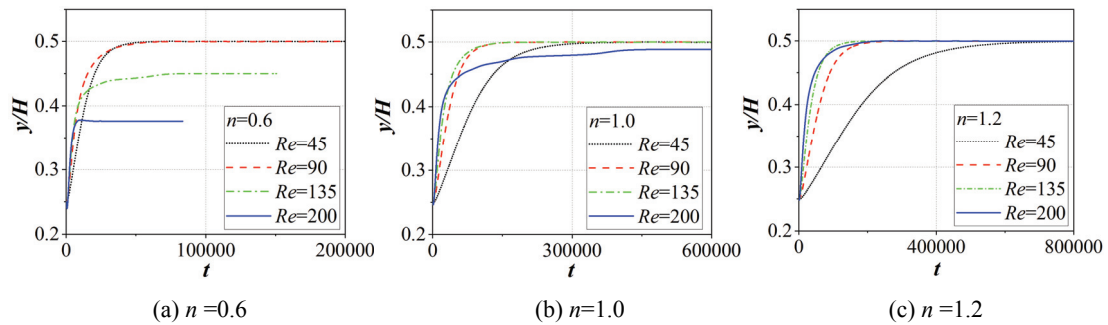


图3 单颗粒横向位置的变化

### 4.2 幂律指数对颗粒轨迹的影响

计算 3 个颗粒的情形，颗粒初始间距相等且为  $1.6D$  ( $D=25$ )，流场  $Re$  数为  $135$ 。三个颗粒的运动轨迹如图 4 所示，当  $n=0.6$  时，三颗粒没能稳定在中线，而是沿下板运动方向一直向下游运动。图 4(b)中，当  $n=0.8$  时，颗粒也未稳定在中线，而是在中线附近转圈。 $n=1.0$  和  $n=1.2$  的运动轨迹规律一样，颗粒运动到中线后，其水平方向坐标稳定不变。

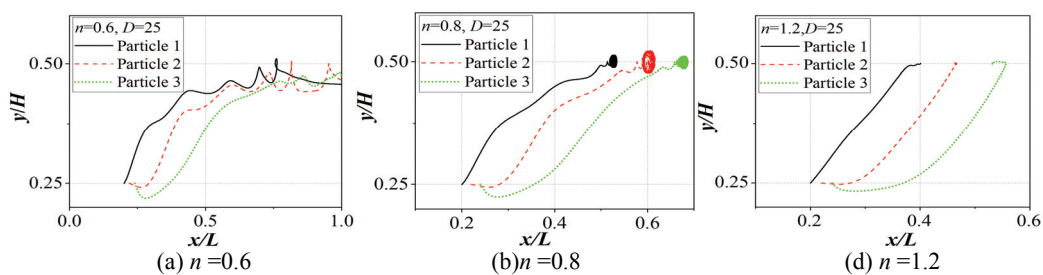


图4 三颗粒运动轨迹随幂律指数的变化

#### 4.3 幂律指数对颗粒间距影响

为比较颗粒间距随雷诺数变化，定义颗粒间距比为  $D_p = \Delta x_2 / \Delta x_1 = (x_3 - x_2) / (x_2 - x_1)$ ，式中  $D_p$  为颗粒间距比， $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$  分别为颗粒 1、2、3 水平方向的位置。分别计算在  $n=0.6$ 、 $0.8$ 、 $1.0$  和  $1.2$  流体中，颗粒间距比随雷诺数的变化。由图 5 可见， $n=0.6$ ， $Re$  越大，颗粒间距比的波动越大，颗粒流经通道曲线短、用时少。对  $n=0.8$ ， $Re=135$  时，颗粒间距比出现正弦式波动，且随时间增加波动趋于稳定；继续增加  $Re$  数，颗粒间距比波动幅度增加而呈无规律性；降低  $Re$  则数可以形成均匀间距的颗粒串。在  $n=1.2$ ， $Re=200$  时，颗粒间距比振幅也增大，但颗粒间距比相对相同  $Re$  数的剪切变稀流体和牛顿流体振幅较小，且呈现出随剪切时间的增加而不断减小的趋势， $Re$  数增加到 300 时，颗粒间距比大幅度增加。可见幂律指数  $n$  越大，颗粒间距比越容易稳定趋于 1，但稳定用时更长，而剪切变稀流体在较低  $Re$  数时就可以更快形成均匀的颗粒间距，从而有利颗粒分离。

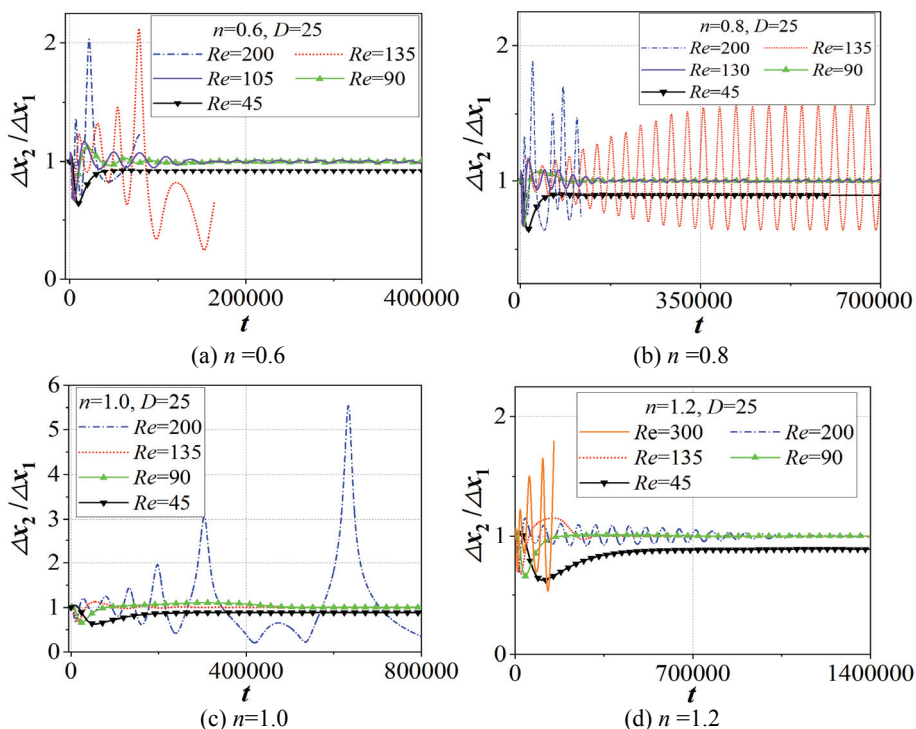


图5 颗粒间距比随雷诺数的变化

颗粒间距比波动是由于颗粒运动到中线平衡位置后,受流场剪切和颗粒间的相互作用,三个颗粒相互靠近、分离,再靠近、再分离,相邻颗粒间距出现波动。当  $n$  为 0.8 时,中间颗粒分别往上下板运动的最大距离相等,形成关于中线对称的正弦式曲线。当  $n$  为 1.0 和 1.2 时,颗粒也出现相互靠近、分离的过程,但此时颗粒受到的流动阻力大,只在中线附近小幅度波动,最终都趋于 1,此时颗粒稳定在中线上。

#### 4.4 颗粒间距随雷诺数的变化

图 6 比较了颗粒间距  $d_p$  随  $Re$  数、 $n$  和颗粒直径的变化,曲线的终点定义为颗粒间距比稳定时的临界  $Re$  数,大于该雷诺数时颗粒间距比发生波动。由图 6(a)可见,小直径颗粒  $D=25$  (阻塞率为 0.313) 时,  $Re$  越低,颗粒间距越大。随  $Re$  数的增大,流场剪切作用增强,颗粒间距减少。当继续增加  $Re$  数,颗粒间距比波动,表现为临界雷诺数,对比不同  $n$  的临界  $Re$  数可知,  $n$  越小,临界  $Re$  越小。增加颗粒直径  $D=35$  (阻塞率为 0.438),如图 6(b)所示,颗粒间距随雷诺数增加先减小后增加,说明当小于临界雷诺数时,大直径颗粒随雷诺数增加,越容易形成均匀间距的颗粒排列结构。

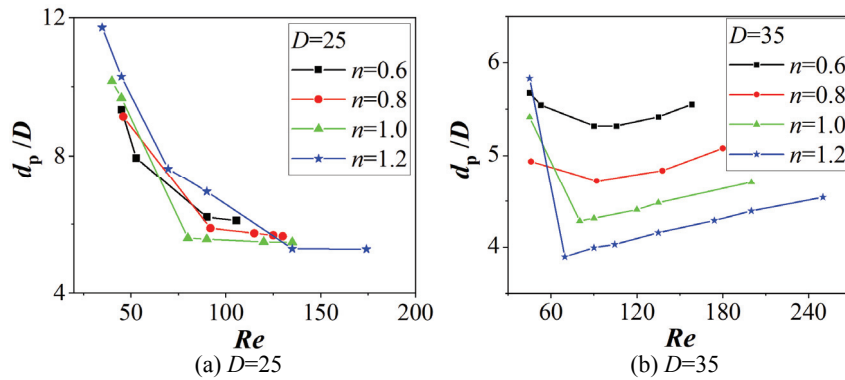


图 6 颗粒间距随雷诺数的变化

## 5 结论

本研究采用 IB-LBM 方法研究了颗粒在幂律流体剪切流场中的运动和分布,研究结果表明,单颗粒在剪切流场中因惯性作用往中线迁移。剪切变稀流体中,随着雷诺数增加,颗粒容易偏离中线位置;随着幂律指数增加,颗粒在高雷诺数时也能迁移到中线,且雷诺数越大,越快迁移到中线。剪切变稀流体中,多颗粒在较低雷诺数便可形成均匀的颗粒间距,比剪切增稠流体更快形成排列现象。当幂律指数为 0.8 时,颗粒间距比呈正弦式变化,增大雷诺数将导致间距比波动幅度增加,降低雷诺数将形成均匀间距的颗粒排列,当幂律指数取其他值时,没有间距比呈正弦式变化的现象。当小于临界雷诺数时,颗粒形成间距稳定的排列结构,且雷诺数越大,颗粒间距越小;幂律指数越小,临界雷诺数越低。增加颗粒直径,颗粒间距随雷诺数增加而先减小后增加,说明当小于临界雷诺数时,大直径颗

粒随雷诺数增加，越容易形成均匀间距的颗粒排列结构。

### 致谢

该项目受到国家自然科学基金重点项目（11632016）的资助。

## 参 考 文 献

- 1 Haddadi H, Naghsh-Nilchi H, Di Carlo D. Separation of cancer cells using vortical microfluidic flows *Biomicrofluidics*, 2018, 12(1): 014112.
- 2 Daniel S, Di Carlo D. Nonlinear microfluidics. *Analytical Chemical*. 2019, 91(1):296–314.
- 3 Nie D M, Lin J Z. Behavior of three circular particles in a confined power-law fluid under shear. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2015, 221: 76-94.
- 4 Qi Z, Kuang S, Rong L, Yu A. Lattice Boltzmann investigation of the wake effect on the interaction between particle and power-law fluid flow. *Powder Technology*, 2018, 326: 208-221.
- 5 Segré G, Silberberg A. Radial poiseuille flow of suspensions. *Nature*, 1961, 189(4760): 209–210.
- 6 Matas J, Morris J F, Guazzelli E. Inertial migration of rigid spherical particles in Poiseuille flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 2004, 515: 171-195.
- 7 Humphry K J, Kulkarni P M, Weitz D A, et al. Axial and lateral particle ordering in finite Reynolds number channel flows. *Physics of Fluids*, 2010, 22: 081703.
- 8 Kulkarni P M, Morris J F. Pair-sphere trajectories in finite-Reynolds-number shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 2008, 596: 413-435.
- 9 Choi Y J, Hulsen M A. Alignment of particles in a confined shear flow of a viscoelastic fluid. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2012, 175-176: 89-103.
- 10 Firouznia M, Metzger B, Ovarlez G, et al. The interaction of two spherical particles in simple-shear flows of yield stress fluids. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2018, 255: 19-38.
- 11 Ouyang Z, Lin J, Ku X. The hydrodynamic behavior of a squirmer swimming in power-law fluid. *Physics of Fluids*, 2018, 30(8): 083301.
- 12 Yan Y, Morris J F, Koplik J. Hydrodynamic interaction of two particles in confined linear shear flow at finite Reynolds number. *Physics of Fluids*, 2007, 19(11): 113305.
- 13 Feng J, Hu H H, Joseph D D. Direct simulation of initial value problems for the motion of solid bodies in a Newtonian fluid. Part 2. Couette and Poiseuille flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 1994, 277: 271-301.
- 14 Feng Z G, Michaelides E E. The immersed boundary-lattice Boltzmann method for solving fluid-particles interaction problems. *Journal of Computational Physics*, 2004, 195: 602-628.

## **The migration and distribution of particles in power-law shear flow**

HU Xiao, OUYANG Zheng-yu, LIN Jian-zhong

(Department of Mechanics, Zhejiang University, Hangzhou, 310027. Email: mecjzlin@public.zju.edu.cn)

**Abstract:** In this paper, the IB-LBM method is used to study the migration and distribution of particles in the shear flow of power-law fluid. The results show that the particles tend to deviate from the centerline equilibrium position in the shear thinning fluid and tend to the centerline in the shear thickening fluid. In the shear thinning fluid, the particles can form a uniform spacing at a lower Reynolds number, and the spacing of the particles will fluctuate at a high Reynolds number. When the power-law index is 0.8, the mean particle spacing ratio will form the steady sinusoidal changes. When the Reynolds number is less than a certain Reynolds number, the particles will form the particle trains with uniform spacing, and the mean particle spacing decrease with increasing the Reynolds number. And the smaller of the power law index is, the lower of the critical Reynolds number will be. For the larger particle, the mean particle spacing decrease firstly and then increase slowly for increasing the Reynolds number.

**Key words:** Particle migration; Power-law fluid; Direct numerical simulation; LBM