

# 基于 MEL 方法的水下滑坡数值分析

杨思文, 汪淳

(上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院, 上海 201100,

Email: chunwang@sjtu.edu.cn TEL:13764818719)

**摘要:** 水下滑坡问题在深海工程中广泛存在。研究水下滑坡发生的机理和特点, 对于提高水下工程作业安全性具有重要意义。本文采用混合欧拉-拉格朗日 (Mixed Eulerian-Lagrangian, MEL) 方法对水下土体滑坡问题进行数值模拟。采用两相混合物理论, 将水相当作欧拉介质, 将土相视为拉格朗日介质。土相为弹塑性材料, 服从 Drucker-Prager 失效准则。两相之间的相互作用通过浮力与达西阻力模型描述。基于上述 MEL 模型对水下沙体滑坡过程进行了数值模拟, 并研究了初始堆积密实度对滑坡过程的影响。

**关键词:** MEL; 水下滑坡; 数值模拟

## 1 引言

水下滑坡问题是水下工程实践中十分关注的问题, 对于保障水下作业安全性具有重要意义。刘杰<sup>[1]</sup>利用 UDF 自定义函数对商业软件 FLUENT 进行二次开发, 模拟了滑坡体入水时产生的涌浪, 并捕捉到了涌浪首浪传播和翻坝的过程。王志超等<sup>[2]</sup>利用达西渗透模型, 提出了模拟宏观尺度下离散体与流体相互作用的耦合算法, 在模拟刚性滑坡体和离散滑坡体入水时都取得了较为满意的结果。Kholosi 和 Kabdasli 等<sup>[3]</sup>基于商业软件 Flow 3D, 求解了刚性滑坡体下滑时的流域内的速度场、压力分布和湍流强度, 其计算结果表明水面诱导波的最大波幅受坡角、滑坡冲击速度及滑坡形状的影响很大。荆海晓等<sup>[4]</sup>采用四阶预测校正格式和高阶有限差分格式对扩展浅水方程进行了数值求解, 建立了基于浅水方程的滑坡涌浪有限差分模型。景路等<sup>[5]</sup>基于计算流体力学 (CFD) 和离散元 (DEM) 耦合算法描述了水和颗粒之间的相互作用, 将其应用于海底边坡的失稳、流动和堆积过程的数值模拟取得了较为理想的结果。Liang 等<sup>[6]</sup>采用不可压缩光滑粒子流体动力学 (ISPH) 方法, 利用压力泊松方程隐式求解法向正应力, 从而避免了压力场的非物理震荡, 在模拟刚性滑坡体入水问题时取得了良好的结果。Tajnesaie 等<sup>[7]</sup>开发了基于弱可压缩移动粒子半隐式方法 (MPS) 的多相无网格粒子数值模型, 并将其应用于水下滑坡研究。该模型将水和粒状材料的多相系统视为多密度多黏度连续体, 采用黏塑性流变模型预测粒状材料的黏性行为。

从工程实际来看, 将滑坡体视为刚体不尽合理。滑坡发生时, 土体材料经历了变形、

失稳、垮塌、流动和堆积等多个阶段，属于大变形问题。单独采用欧拉算法或拉格朗日算法进行大变形问题数值计算时各有优缺点。欧拉算法将网格固定在空间内，计算时保持网格不发生变形，从而可以模拟大变形问题，但对于捕捉自由边界有较大难度；拉格朗日算法让计算网格随物体一起运动，能够准确计算物体变形特征，但由于网格畸变问题通常难以进行大变形计算。粒子类方法，比如 SPH, MPS 和 DEM 等，以其无网格 Lagrange 特性，特别适合求解大变形问题。但对于水下滑坡这种两相流问题，如果将流体相和固体相都采用粒子类方法计算，其计算量往往过大，应用到工程实际中还面临许多困难。

本文采用混合欧拉-拉格朗日 (Mixed Eulerian-Lagrangian, MEL) 方法对水下土体滑坡问题进行数值模拟。采用两相混合物理论，将水相当作欧拉介质，将土相视为拉格朗日介质。土相为弹塑性材料，服从 Drucker-Prager 失效准则。两相之间的相互作用通过浮力与达西阻力模型描述。通过耦合基于欧拉算法的有限体积法 (FVM) 和基于拉格朗日算法的光滑粒子流体动力学方法 (SPH) 计算水土两相混合物流动。MEL 方法结合了欧拉算法和 Lagrange 算法各自的优点，既能实现大变形物体的数值模拟，又能够较为准确地捕捉到界面形态。基于上述 MEL 模型对水下沙土滑坡过程进行了数值模拟，并研究了初始堆积密度对滑坡过程的影响，为工程实践提供一定参考。

## 2 两相混合物理论模型

### 2.1 控制方程

对水相和土相，分别有质量守恒方程和动量守恒方程：

$$\frac{D_i \rho_i}{Dt} = -\rho_i \nabla \cdot \mathbf{v}_i \quad (1)$$

$$\rho_i \frac{D_i \mathbf{v}_i}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_i + \rho_i \mathbf{g} + \mathbf{f}_i \quad (2)$$

式中： $i$  表示固体相 ( $s$ ) 或者流体相 ( $l$ )； $\rho$  表示密度； $\mathbf{v}$  表示速度； $\boldsymbol{\sigma}$  表示应力张量； $\mathbf{g}$  表示重力加速度； $\mathbf{f}$  表示两相之间的相互作用力，且有  $\mathbf{f}_l = -\mathbf{f}_s$ 。根据混合物理论，上式中的密度、速度、应力等场变量被称为部分 (partial) 变量，它们应该与各相介质的真实场变量 (也称本质量，intrinsic variable) 通过某种方式联系起来。本文采用如下假设：

$$\begin{aligned} \rho_{i,\text{partial}} &= \Phi_i \rho_{i,\text{intrinsic}} \\ \mathbf{v}_{i,\text{partial}} &= \mathbf{v}_{i,\text{intrinsic}} \\ \boldsymbol{\sigma}_{s,\text{partial}} &= \Phi_s \boldsymbol{\sigma}_{s,\text{intrinsic}} \\ \boldsymbol{\sigma}_{l,\text{partial}} &= -p\mathbf{I} + \Phi_l \boldsymbol{\tau}_{l,\text{intrinsic}} \end{aligned} \quad (3)$$

式中： $\Phi_l$  ( $\Phi_s$ ) 表示空间中水 (固) 相的体积分，满足  $\Phi_s + \Phi_l = 1$ ； $p$  表示孔隙水压力。上式表明，密度、应力的部分量和真实量之间均通过体积分相联系，而速度场的部分量和真实量不加以区分。在计算应力时，总是用真实的速度场计算出真实应力场，然后再进

行体积平均得到部分应力场的。

根据达西定律，水相和土相之间的相互作用力可以表示为：

$$\mathbf{f}_s = -\Phi_s \nabla p + C_d (\mathbf{v}_l - \mathbf{v}_s) \quad (4)$$

其中  $C_d$  表示达西阻力系数，可通过试验确定。

## 2.2 土的本构模型

水相被视为牛顿流体，其本构关系不用赘述。本节主要介绍土的本构模型。为表示方便，本节以下部分倘无特殊说明，各符号均表示土相的应力或应变状态，且为真实量。本文将土相视为理想弹塑性材料。由弹塑性理论，土相应变率张量可表示为<sup>[8]</sup>：

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\alpha\beta} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e^{\alpha\beta} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{\alpha\beta} \quad (5)$$

式中： $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e^{\alpha\beta}$  表示弹性应变率， $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{\alpha\beta}$  表示塑性应变率。弹性应变率由下面的 Hooke 公式计算：

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_e^{\alpha\beta} = \frac{\dot{s}^{\alpha\beta}}{2G} + \frac{1-2\nu}{3E} \dot{\sigma}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} \quad (6)$$

式中： $\dot{s}^{\alpha\beta}$  表示偏剪应力率张量； $\nu$  表示泊松比； $E$  表示杨氏模量； $G$  表示剪切模量； $\dot{\sigma}^{\gamma\gamma}$  表示法向正应力，符合爱因斯坦求和约定； $\delta^{\alpha\beta}$  表示克罗内克符号。塑性应变率由下式计算：

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^{\alpha\beta} = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} \quad (7)$$

式中： $\dot{\lambda}$  表示塑性系数对时间的变化率； $g$  表示塑性势函数。将 (6)、(7) 式代入 (5) 式可得：

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\alpha\beta} = \frac{\dot{s}^{\alpha\beta}}{2G} + \frac{1-2\nu}{3E} \dot{\sigma}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} + \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} = \frac{\dot{s}^{\alpha\beta}}{2G} + \frac{1}{9K} \dot{\sigma}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} + \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma^{\alpha\beta}} \quad (8)$$

式中： $K$  表示弹性模量。弹性模量  $K$ ，杨氏模量  $E$  和泊松比  $\nu$  之间有如下关系：

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (9)$$

## 2.3 屈服准则

一般说来，在组合应力状态下，材料弹性极限会成为一条曲线或者一个曲面。弹性极限可以表示为：

$$f(\sigma_{ij})=0 \quad (10)$$

上式被称为屈服准则。函数  $f$  称为屈服函数，通常与材料属性有关。 $f=0$  的面称为屈服面。本文选用 Drucker-Prager 准则判定土相是否发生剪切破坏和塑性应变。假设土体材料服从 Drucker-Prager (DP) 准则，则判别土体是否发生剪切破坏，可由如下公式确定<sup>[9]</sup>：

$$f(I_1, J_2) = \sqrt{J_2} + \alpha_\theta I_1 - k_c = 0 \quad (11)$$

式中： $f$  表示屈服函数； $I_1$  表示应力张量  $\sigma^{\alpha\beta}$  的第一不变量， $I_1 = \sigma^{xx} + \sigma^{yy} + \sigma^{zz}$ ； $J_2$  表示偏应力张量  $s^{\alpha\beta}$  的第二不变量， $J_2 = \frac{1}{2} s^{\alpha\beta} s^{\alpha\beta}$ ； $\alpha_\theta$  和  $k_c$  是与内摩擦角和黏聚力的相关的参数，分别由如下两式计算：

$$\alpha_\theta = \frac{\tan \theta}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \theta}} \quad (12)$$

$$k_c = \frac{3c}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \theta}} \quad (13)$$

式中： $\theta$  表示摩擦角； $c$  表示黏聚强度。土体发生剪切破坏后，会产生塑性流动。有两种描述材料的塑性流动模型，即关联流动律和非关联流动律，分别由如下两式定义：

$$g = \sqrt{J_2} + \alpha_\theta I_1 - k_c \quad (14)$$

$$g = \sqrt{J_2} + 3I_1 \sin \psi \quad (15)$$

式中： $\psi$  表示剪胀角。于是，对于两种塑性流动定律，应力率张量和塑性系数随时间变化率由如下两式计算：

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^{\alpha\beta} - \sigma^{\alpha\beta} \dot{\omega}^{\beta\gamma} - \sigma^{\beta\gamma} \dot{\omega}^{\alpha\gamma} &= 2G \dot{\epsilon}^{\alpha\beta} + K \dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} - \lambda \left( 3K \alpha_\theta \delta^{\alpha\beta} + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s^{\alpha\beta} \right) \\ \lambda &= \frac{\frac{G}{\sqrt{J_2}} s^{\alpha\beta} \dot{\epsilon}^{\alpha\beta} + 3K \dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \alpha_\theta}{G + 9\alpha_\theta^2 K} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^{\alpha\beta} - \sigma^{\alpha\beta} \dot{\omega}^{\beta\gamma} - \sigma^{\beta\gamma} \dot{\omega}^{\alpha\gamma} &= 2G \dot{\epsilon}^{\alpha\beta} + K \dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \delta^{\alpha\beta} - \lambda (9K \sin \psi \delta^{\alpha\beta} + \frac{G}{\sqrt{J_2}} s^{\alpha\beta}) \\ \lambda &= \frac{\frac{G}{\sqrt{J_2}} s^{\alpha\beta} \dot{\epsilon}^{\alpha\beta} + 3K \dot{\epsilon}^{\gamma\gamma} \alpha_\theta}{G + 27\alpha_\theta K \sin \psi} \end{aligned} \quad (17)$$

其中塑性乘子对时间的变化率  $\dot{\lambda}$  根据一致性条件得到。本文采用了 Jaumann 应力率。

### 3 混合欧拉-拉格朗日 (MEL) 方法

MEL 方法的思路是将欧拉有限体积法 (FVM) 和拉格朗日光滑粒子流体动力学方法 (SPH) 耦合起来以计算水/土两相混合物流动。对于水相, 采用 FVM 计算; 对于颗粒相, 则采用 SPH 方法计算。有限体积法的基本思路是, 将计算域划分成网格并在每个网格点周围布置互不重叠的控制体, 将控制方程在控制体上积分, 并通过假定场变量在网格点之间的变化规律对控制体积分方程进行离散, 最终求解得到场函数<sup>[10]</sup>。SPH 方法的基本思想是, 在以粒子的形式表示的计算域, 用核函数近似表示场函数的积分, 然后用粒子叠加求和和近似表示核函数的积分, 最后求解经过粒子近似之后得到的常微分方程组<sup>[11]</sup>。关于 FVM 和 SPH 方法的具体实现过程, 已有许多文献述及, 因此本节仅仅论述它们的耦合实现方法。

动量方程式 (2) 中出现了两相之间的相互作用力项, 包括孔隙水压力项和相对速度引起的阻力项。具体来说, 在水相的动量方程中, 出现了土相运动速度  $\mathbf{v}_s$ ; 而在土相动量方程中, 出现了水相运动速度  $\mathbf{v}_l$  和孔隙水压力。土相运动速度  $\mathbf{v}_s$  信息由描述土相的粒子携带, 而水相  $\mathbf{v}_l$  信息以及孔隙水压力定义在 FVM 离散网格的中心或者网格边的中心 (以交错网格为例), 如图 1 所示。

在进行数值计算时, 需要将 SPH 土颗粒上的速度信息插值到 FVM 网格边上, 或者将 FVM 网格上存储的流体速度、孔隙水压力信息插值到 SPH 离散颗粒上。这种信息的双向插值方法如图 1 所示。在计算水相动量方程中的土相速度  $\mathbf{v}_s$  时, 需要以目标网格控制点为圆心, 搜索其支持域内的土相粒子, 将得到所有粒子的速度利用 SPH 的核函数平均化之后, 认为其值等于该网格控制点处的  $\mathbf{v}_s$ ; 与此对应的是, 为了获取土相动量方程中的  $\mathbf{v}_l$  和孔压, 需要以各粒子为圆心, 搜索粒子支持域内的网格中心点和网格边的中心点, 分别获取所有中心点上的孔压和网格线上的速度  $\mathbf{v}_l$  值, 将其利用 SPH 的核函数平均化之后得到粒子处的孔隙压力值和水相速度  $\mathbf{v}_l$  值。通过上述插值过程, 完成信息在网格和粒子之间的传递, 从而实现了水相和土相的双向耦合。详细的插值过程可参见文献[12]。

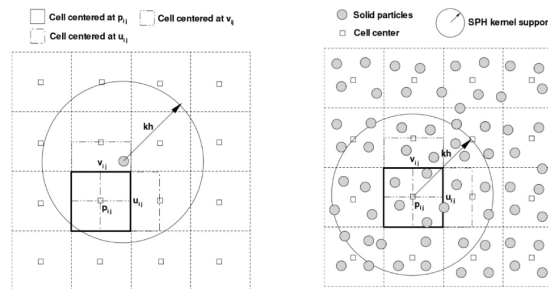


图 1 光滑粒子与欧拉网格双向插值过程

## 4 算例

如图2所示,在长50cm,高15cm的二维水箱中以挡板隔离出一块6cm宽、8cm高的水/沙混合物,水箱的水面高10cm。在 $t=0$ 时刻,释放重物,将隔板移除,沙柱将发生垮塌。以上述MEL方法对这种水下滑坡过程进行数值模拟。

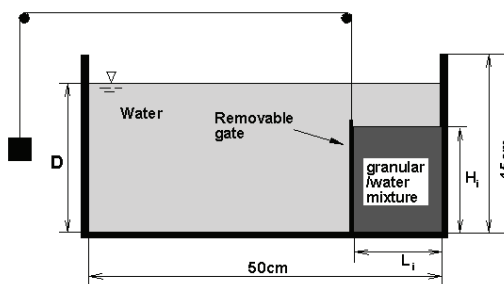


图2 二维水下沙土滑坡示意图

本文分别对密实和松散堆积的两种水下坡体的滑溃过程进行数值模拟。数值实验中采用的具体参数如下:土相滑坡体密度取为 $2700\text{kg/m}^3$ ,杨氏模量为 $7\text{MPa}$ ,泊松比为 $0.3$ ,内摩擦角取为 $20^\circ$ ,黏聚力为 $0$ ,渗透系数为 $0.005\text{m/s}$ ,颗粒尺寸为 $225\mu\text{m}$ ;水的密度取为 $1000\text{kg/m}^3$ ,动力黏性系数为 $0.001\text{Pa}\cdot\text{s}$ 。密实堆积的滑坡体其土相的体积分数取为 $0.60$ ,松散堆积体取为 $0.55$ 。

图3分别给出了密集堆积的水下滑坡体在隔板移除后 $0.25\text{s}$ 和 $3.0\text{s}$ 时滑溃的形态。图中箭头表示计算域内流场速度和混合物速度。可以发现 $0.25\text{s}$ 时,滑坡体肩部逐渐下泄,坡体底部开始出现水土混合物的堆积;同时,流场内形成了因坡体滑溃而产生的漩涡,这与实际物理模型实验的观测结果是相符的。在 $3\text{s}$ 时,滑坡体趋于平稳,在计算域中形成了稳定的堆积形态;可以发现,此时土相和水相交界面处的还存在着较小的速度,这应该是土相中的小颗粒仍然处于流变状态导致的。

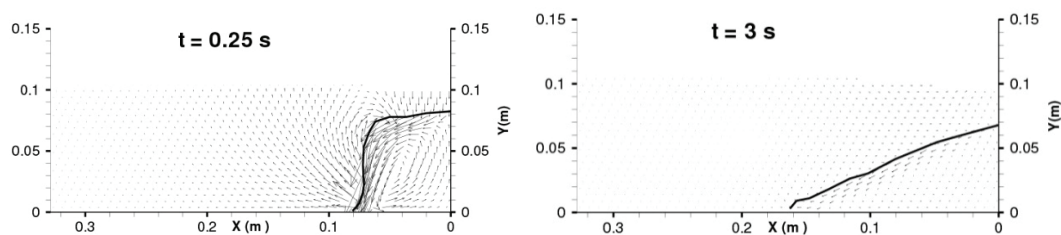


图3 密实填充方式坡体滑溃形态

图4分别给出了松散堆积滑坡体在 $0.25\text{s}$ 和 $1.0\text{s}$ 时发生滑溃的形态。可以发现 $0.25\text{s}$ 时计算域内出现了较大的漩涡;在 $1.0\text{s}$ 时,坡体已经出现了稳定的堆积形态,计算域内的速度场也已经保持稳定。

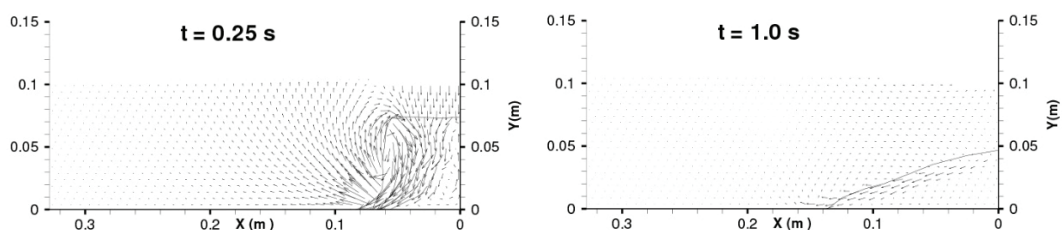


图4 松散填充方式坡体滑溃形态

对比两种不同堆积密实度的水下滑坡过程可以发现，在计算域内都出现了非常明显的漩涡，而且松散坡体产生的漩涡较密实坡体为大。这说明在发生滑溃的初始时刻，松散坡体有较差的抗滑能力，从而产生了较大的变形，对坡体周围流场产生了大的干扰。同时，密实坡体滑坡后产生稳定堆积形态的时间明显晚于松散坡体，并伴有一定的体积膨胀，这说明在密实坡体滑溃中，水/沙混合物的塑性性质有着不可忽视的作用，孔隙水压力对滑溃动力学的影响也更显著。此外，两种堆积方式下的水下滑坡都产生了明显的涌浪现象，这说明不仅山体滑坡所产生的滑坡涌浪值得关注，而且水下滑坡产生的涌浪行为也是不可忽视的。

## 5 结论

本文采用混合欧拉-拉格朗日方法（MEL）研究了坡体滑溃过程。利用 FVM 方法求解水相控制方程，SPH 方法求解土相控制方程。水相和土相之间的信息传递，通过搜索欧拉网格和土粒子所携带的场变量值，并利用 SPH 核函数插值得以实现。数值计算结果表明，采用 MEL 方法能够准确地模拟水下坡体产生滑坡和最终稳定堆积的过程。这为工程实际中评估水下滑坡危害、提高水下作业安全性提供了有力的工具。本文仅提供了一些初步的结果，更详细的参数分析、实验验证等将另文叙述。

## 参考文献

- 1 刘杰. 滑坡涌浪传播及翻坝过程数值模拟[J]. 人民长江, 2016, 47(14): 81-85.
- 2 王志超,李大鸣. 基于 SPH-DEM 流-固耦合算法的滑坡涌浪模拟[J]. 岩土力学, 2017, 38(4): 1226-1232.
- 3 V. Kholosi and S. Kabdasli. Numerical Simulation of Impulsive Water Waves Generated by Subaerial and Submerged Landslides Incidents in Dam Reservoirs[J]. Civil Engineering Journal-Tehran, 2016, 2(10): 497-519
- 4 荆海晓,陈国鼎,李国栋. 水下滑坡产生涌浪波特性的数值模拟研究[J]. 应用力学学报, 2018, 35(3):

- 503-509, 685.
- 5 景路,郭颂怡,赵涛. 基于流体动力学-离散单元耦合算法的海底滑坡动力学分析[J]. 岩土力学, 2019, 40(1): 388-394.
  - 6 D. Liang, X. He and J.-x. Zhang. An ISPH model for flow-like landslides and interaction with structures[J]. Journal of Hydrodynamics, 2017, 29(5): 894-897
  - 7 M. Tajnesaie, A. Shakibaenia and K. Hosseini. Meshfree particle numerical modelling of sub-aerial and submerged landslides[J]. Computers & Fluids, 2018, 172: 109-121
  - 8 H. H. Bui, R. Fukagawa, K. Sako and S. Ohno. Lagrangian meshfree particles method (SPH) for large deformation and failure flows of geomaterial using elastic-plastic soil constitutive model[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2008, 32(12): 1537-1570
  - 9 陈惠发, A.F.萨里普.弹性与塑性力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2004.
  - 10 王福军.计算流体力学分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
  - 11 韩旭, 杨刚, 强洪夫. 光滑粒子流体动力学—一种无网格粒子法[M]. 湖南: 湖南大学出版社, 2005.
  - 12 强洪夫. 光滑粒子流体动力学新方法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2017.

## Numerical analysis of subaqueous landslides based on MEL method

YANG Si-wen, WANG Chun

(Shanghai Jiaotong University, School of Naval Architecture, Ocean & Civil Engineering, Shanghai 201100,

Email: chunwang@sjtu.edu.cn )

**Abstract:** The submerged landslides phenomenon is widespread in deep-sea engineering. The research on the mechanism and features of submerged landslides is of great value for improving the safety of deep-sea engineering operations. In this paper, the mixed Eulerian-Lagrangian method based on two-phase mixture theory was employed to study the submerged landslides phenomenon. In this model, the water phase was regarded as Eulerian material, soil phase as Lagrangian material. The soil phase was defined as elastic-plastic material with a Drucker-Prager strength theory failure criterion. The interaction between the two phases was described by buoyancy and Darcy resistance model. The morphology and final accumulation shapes of the landslide with different packing patterns were investigated by the MEL model mentioned above.

**Key words:** MEL; submerged landslides; numerical simulation