

# 水平细长椭球潜体迎面遭遇内孤立波时的运动响应

刘孟奇<sup>1</sup>, 魏岗<sup>2</sup>, 孙志伟<sup>1</sup>, 王若愚<sup>3</sup>, 勾莹<sup>1</sup>

(1.大连理工大学 海岸和近海工程国家重点实验室, 大连, 116024

2.国防科技大学 气象海洋学院, 南京, 211101

3.中交第一航务工程勘察设计院有限公司, 天津, 300222)

**摘要:** 本文选取两层流体中内孤立波的 KDV 理论解, 采用 Morison 公式计算细长潜体上的内孤立波力, 建立了潜体结构在内孤立波作用下发生大幅平动的时域数值模型。利用已有文献中采用 CFD 模拟方法的数值结果对本文计算模型的可行性进行了验证。选取我国南海附近深水海域中典型的流体分层参数及下凹型内孤立波特征参数, 参考常规潜艇外形尺寸选取简化水平细长椭球潜体模型, 近似模拟了椭球型潜体所受的内孤立波载荷及其运动响应。数值结果表明, 潜体穿越内孤立波时, 密度变化导致潜体受到较大向下的垂向力, 使其不断加速向下运动, 进而短时间内产生大幅度掉深; 进一步研究发现垂向掉深的加速运动还取决于潜体在下凹型内孤立波内的时间。

**关键词:** 内孤立波; KDV 理论; 潜体; 运动响应

## 1 引言

内孤立波是海洋中的一种普遍现象, 发生在密度稳定层化的海水内部, 是一种特征波长很长的非线性大振幅波动。内孤立波的稳定传播是非线性效应和频散效应动力学平衡的结果, 可以用 KDV、EKDV、MKDV 和 MCC 等理论来描述<sup>[1]</sup>。这种波不仅能携带巨大的能量, 而且在其传播过程中还会产生突发性强流, 很可能会使跨越密跃层的潜体操纵失控, 从而使运动姿态发生突变, 对潜体安全性产生重大影响。

目前的研究主要集中于内孤立波作用下一些简单形式结构物的受力分析。沈国光<sup>[2]</sup>和蔡树群<sup>[3]</sup>等基于 KDV 理论将小尺度结构物受力的 Morison 公式应用到研究内孤立波作用在小尺度垂直圆柱型杆件上的水平载荷特性中; 殷文明等<sup>[4]</sup>同样采用 Morison 公式基于 MKDV 理论建立了两层流体中考虑浮力变化的内孤立波对顺流向放置潜体的垂向力及力矩的计算方法。此外, CFD 方法也被广泛应用, 付东明等<sup>[5]</sup>对两层流体中内孤立波与潜体的相互作用进行了数值模拟, 分析了不同潜深下潜体所受的内孤立波载荷特性; 关晖<sup>[6]</sup>和

陈杰等<sup>[7]</sup>建立了内孤立波数值水槽，研究了匀速航行的潜艇在海洋中遭遇内孤立波时的荷载特性。

一些学者还开展了内孤立波作用下结构物的运动响应研究。郭海燕等<sup>[8]</sup>基于MKDV理论研究了内孤立波作用下顶张力立管的极值响应；尤云祥等<sup>[9]</sup>基于MKDV理论并结合Morison公式研究了内孤立波作用下张力腿和半潜式平台的载荷与动力响应问题；Song等<sup>[10]</sup>基于KDV理论并结合Morison公式研究了在内孤立波作用下SPAR平台的运动响应；杜辉等<sup>[11]</sup>借助大型重力式分层流试验水槽实现了对内孤立波作用下细长潜体运动特性的定量测量与分析。

本文在上述研究的基础上，建立潜体平动运动响应模型，采用近似方法模拟潜体在内孤立波作用下的垂向运动，旨在初步了解内孤立波对潜体运动响应的的影响机制。

## 2 运动响应模型

为描述内孤立波特性，建立如图1所示直角坐标系 $o-xyz$ ，设 $oxy$ 平面位于流体的静水面，内孤立波沿 $ox$ 轴正方向传播。 $\rho_1$ 、 $\rho_2$ 是上、下层流体的密度， $h_1$ 和 $h_2$ 是上、下层流体的水深， $h=h_1+h_2$ 为总水深。本文的潜体模型取细长椭球体（图2），即把 $xoz$ 面上的椭圆 $x^2/a^2+z^2/c^2=1$ 绕 $x$ 轴旋转一周所得，其椭球面方程为 $x^2/a^2+(y^2+z^2)/c^2=1$ ，式中： $a$ 为潜体的长度， $c$ 为潜体的中截面半径。

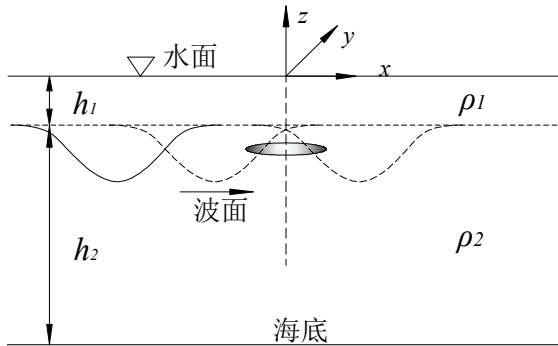


图1 坐标系及参数定义

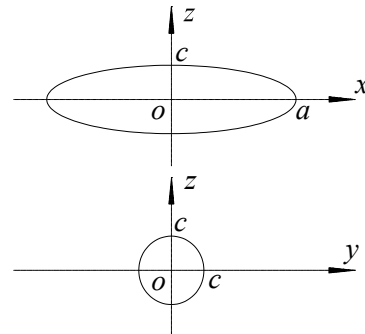


图2 椭球潜体横、纵剖面

水平细长椭球潜体的长轴与 $ox$ 轴平行，即内孤立波的传播方向与潜体纵轴平行，本研究中不考虑潜体的转动，只计算内孤立波作用下潜体的垂向运动。潜体受到的作用力包括内孤立波力和浮重力，假设潜体一直保持水平姿态航行，潜体垂向运动的方程可写为：

$$mz''(t) = F_d(t) + F_m(t) + \Delta F_f(t) \quad (1)$$

式中： $F_d$ 、 $F_m$ 为Morison公式计算的内孤立波作用下的拖曳力和惯性力， $\Delta F_f$ 为浮重力。

由于内孤立波的等效波长远大于本文所研究的潜体的特征长度，可以忽略该结构物对

流场的影响，故采用 Morison 公式<sup>[12]</sup>近似计算内孤立波对顺流放置的潜体的垂向作用力。根据 Morison 公式计算的内孤立波力  $F_{ij}(t)$  由拖曳力  $F_{dj}(t)$  和惯性力  $F_{mj}(t)$  两部分组成，可写为：

$$\begin{aligned} \overline{F_{ij}(t)} &= \overline{F_{dj}(t)} + \overline{F_{mj}(t)} \\ \overline{F_{dj}(t)} &= \frac{1}{2} \rho_j C_d D \overline{(w_j - z'(t)) \cdot |w_j - z'(t)|} \cdot L \dots \dots j=1,2 \\ \overline{F_{mj}(t)} &= \rho_j C_m \frac{\pi D^2}{4} \overline{\partial w_j / \partial t} \cdot L - \rho_j (C_m - 1) \frac{\pi D^2}{4} \overline{z''(t)} \cdot L \dots \dots j=1,2 \end{aligned} \quad (2)$$

式中： $j=1$  为上层流体， $j=2$  为下层流体。 $w_j$ 、 $\partial w_j / \partial t$  分别代表(t)水质点垂向速度与垂向加速度。 $z'(t)$ 、 $z''(t)$  分别代表结构物的垂向速度与垂向加速度。 $D$  为潜体的横截面直径， $L$  为结构的长度。 $C_d$  为速度力系数， $C_m$  为惯性力系数。一般工程中，柱体的附加质量系数  $C_m'$  取 1.0， $C_m=1+C_m'$ ，本文中  $C_m$  取为 2.0。速度力系数  $C_d$  与雷诺数  $RE$  有关<sup>[12]</sup>，本文由内孤立波与结构物的相对速度及潜体直径确定雷诺数的大小。即：

$$C_d = \begin{cases} 1.2 & Re < 2.0 \times 10^5 \\ 0.7 + \frac{5.0 \times 10^5 - Re}{6.0 \times 10^5} & 2.0 \times 10^5 < Re < 5.0 \times 10^5 \\ 0.7 & Re > 5.0 \times 10^5 \end{cases} \quad (3)$$

将浮力和重力一起考虑，定义为浮重力  $\Delta F_f(t)$ ，假定潜体的重力与初始时刻潜体所处分层流体提供的浮力相等，通过实时计算波面与潜体的相对位置计算浮力的变化。以初始时刻潜体在下层且处在内孤立波波动范围内为例。初始时刻潜体处于平衡状态，其重力与下层提供的浮力相等，即  $G=F_f=\rho_2 g V$ ，式中  $V$  表示潜体体积。在内孤立波穿越潜体的过程中，设  $V_1(t)$  和  $V-V_1(t)$  分别为潜体在密度为  $\rho_1$  和  $\rho_2$  的流体中的体积，潜体的浮重力变化为  $\Delta F_f(t)=(\rho_1-\rho_2)g V_1(t)$ 。

根据蔡树群<sup>[13]</sup>对南海附近深水海域中内孤立波及所在环境假设的特征参数， $|\eta_0/h| < 0.1$ <sup>[14]</sup>符合 KDV 理论的适用范围，所以采用 KDV 理论来模拟内孤立波波浪场。两层分层流体中，KDV 型内孤立波引起的水平速度的表达式为：

$$u_j(x,t) = (-1)^j \cdot \frac{C_0 \eta_0}{h_j} \sec h^2 \left( \frac{x - C_p t}{l} \right) \dots \dots j=1,2 \quad (4)$$

由连续方程可推导出垂向速度及相应水质点的垂向加速度为：

$$w = \begin{cases} -\frac{2C_0 \eta_0 z}{h_1 l} \sec h^2 \left( \frac{x - C_p t}{l} \right) \tanh \left( \frac{x - C_p t}{l} \right) \dots \dots j=1 \\ \frac{2C_0 \eta_0 (z + h_1 + h_2)}{h_2 l} \sec h^2 \left( \frac{x - C_p t}{l} \right) \tanh \left( \frac{x - C_p t}{l} \right) \dots \dots j=2 \end{cases} \quad (5)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \begin{cases} -\frac{2C_0\eta_0z}{h_1L} \cdot \frac{C_p}{L} \cdot \left( 3\operatorname{sech}^2\left(\frac{x-C_p t}{L}\right) \cdot \tanh^2\left(\frac{x-C_p t}{L}\right) - \operatorname{sech}^2\left(\frac{x-C_p t}{L}\right) \right) \dots\dots\dots j=1 \\ \frac{2C_0\eta_0(z+h_1+h_2)}{h_2L} \cdot \frac{C_p}{L} \cdot \left( 3\operatorname{sech}^2\left(\frac{x-C_p t}{L}\right) \tanh^2\left(\frac{x-C_p t}{L}\right) - \operatorname{sech}^2\left(\frac{x-C_p t}{L}\right) \right) \dots\dots\dots j=2 \end{cases} \quad (6)$$

对该二阶微分方程本文应用四阶 Runge-Kutta 法求解<sup>[12]</sup>，得潜体的垂向运动响应为：

$$z''(t) = \frac{\int \left( \frac{1}{2} \rho_j C_d D (w_j - z'(t)) \cdot |w_j - z'(t)| + C_m \rho_j \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial w_j}{\partial t} \right) dl + \Delta F_f(t)}{m + (C_m - 1) \rho_j \frac{\pi D^2}{4} \int dl} \quad (7)$$

### 3 程序验证

为验证本文基于近似方法得到内孤立波力的精度，与 CFD 模拟方法得到的数值结果进行了对比。付东明等<sup>[5]</sup>研究了潜体处于分界层间的垂向力的变化，本文将文献[5]的 CFD 数值结果与本文结果绘成图 3 进行比较。文献[5]中采用 suboff 型潜体模型，总长度为 87.118 m，最大回转半径为 5.080m。本文的潜体模型取为简化的椭球体，总长度与上述模型一致，为保证排水体积基本相同，取中截面半径为 5.536m。采用付东明<sup>[5]</sup>文章中下凹型内孤立波参数，见表 1。在初始时刻，内孤立波波谷距离潜体中心的水平距离为 1900m，模拟计算了 0-1000s 时间段内潜体受到的内孤立波力。

表 1 文献[5]中采用的内孤立波的特征参数

上层水深 $h_1(\text{m})$	100.0
下层水深 $h_2(\text{m})$	200.0
上层密度 $\rho_1(\text{kg/m}^3)$	998.0
下层密度 $\rho_2(\text{kg/m}^3)$	1024.0
波幅 $\eta_0(\text{m})$	-40.0

表 2 南海附近海域的内孤立波的特征参数

上层水深 $h_1(\text{m})$	200.0
下层水深 $h_2(\text{m})$	3500.0
上层密度 $\rho_1(\text{kg/m}^3)$	1025.0
下层密度 $\rho_2(\text{kg/m}^3)$	1028.0
波幅 $\eta_0(\text{m})$	-150.0

由对比图 3 可知，本文计算的垂向力的变化趋势与文献[5]的结果基本一致，且作用力变化的关键时刻基本一致。产生差异的原因一方面是由模型形状差异造成的，另一方面是由于采用 Morison 近似方法造成的，但从对比中可以看出是可以接受的。因此，采用经验的 Morison 公式计算内孤立波力的结果总体是可行的，可以用于后续潜体的运动响应趋势分析。

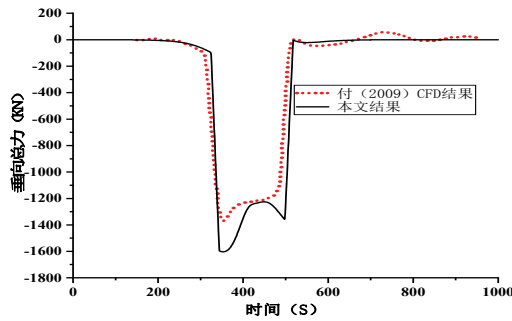


图3 潜体固定在  $z=-115\text{m}$  时垂向总力时间历程对比

#### 4 数值结果与分析

根据南海附近深水海域中内孤立波及所在环境假设的特征参数，下凹型内孤立波参数见表 2。潜体模型尺寸与上节一致。在计算的初始时刻，潜体垂向速度为零，内孤立波波谷离潜体中心点的水平距离为 5000m，模拟计算了 0-4000s 时间段潜体的垂向运动响应。

针对潜体不同的悬浮位置和航速，设计算例如下：(1) 潜体无航速，潜体中心分别位于分界面上层 10m、50m 与 100m 处，即  $x=0, z=-190\text{m}, z=-150\text{m}, z=-100\text{m}$ ，潜体不会与波面相遇；(2) 潜体以不同水平恒定速度沿  $x$  轴向前进，令航速  $U$  分别为 0.0m/s、-0.5m/s、-2.5 m/s、-8.0 m/s、-12.0 m/s、-15.0 m/s、-18.0 m/s，潜体中心位于分界面下层 10m 处，即  $x=0, z=-210\text{m}$ ，潜体处于内孤立波波动范围内。

图 4 和图 5 分别是第一种算例下，潜体受到的垂向作用力和运动轨迹的时间历程曲线。从计算结果中得出，波面不会与潜体相交，潜体始终在上层流体中，浮重力不会发生变化，受到的作用力都是由内孤立波产生的，主要取决于内孤立波水质点速度和加速度。从图 4 可以看出垂向作用力很小，所以图 5 中的垂向位移变化比较缓和。垂向位移的时间变化曲线与所在位置处内界面的波动情况相似，同时可以看出，初始时刻潜体中心纵坐标越接近内界面，潜体的运动特征和作用力效果越显著。

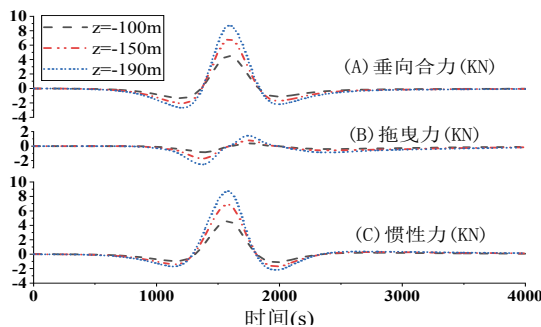


图4 潜体垂向受力时间历程

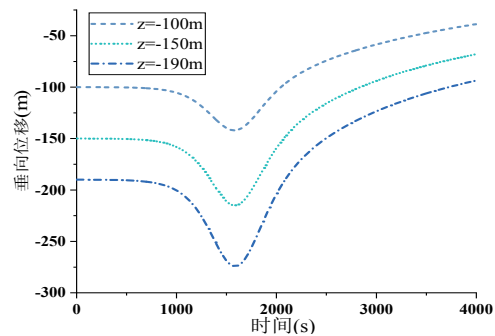


图5 潜体垂向位移时间历程

图 6 和图 7 是第二种算例下，潜体受到的垂向作用力和运动轨迹的时间历程曲线。由图 6 可以看出，垂向作用力的变化情况较前种情况复杂的多。潜体两次穿越波面时，浮力的急剧变化造成垂向速度的突变，故浮力变化的大小、快慢以及作用时间长短对潜体的掉深影响是至关重要的。当水平恒定速度  $U$  很小时(0.0 ~-2.5m/s)，垂向位移随波动变化；随着  $U$  的增加(-2.5 ~-12.0m/s)，潜体一直向下运动，垂向位移明显增加，原因是随着航速增加，潜体进入上层流体的速度变快，使得潜体停留在上层流体的时间相对增加；如果  $U$  不断增加(-12.0 ~-18.0m/s)，潜体的垂向位移反而变小，原因是潜体穿越内孤立波返回到下层流体，浮重力作用的时间变短。从图 7 可以看出，当水平恒定速度  $U$  为-12.0m/s，潜体掉深速度最快，在不到 200 秒的时间向下运动了约 200m。

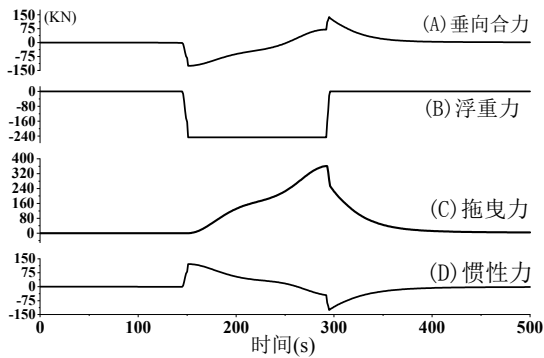


图 6  $U=-15.0\text{m/s}$  潜体的垂向受力时间历程图

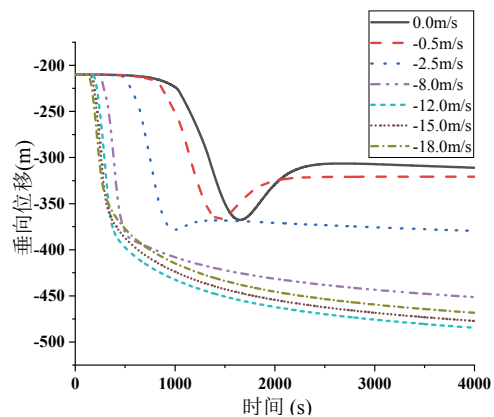


图 7 潜体以不同水平速度运动的垂向位移曲线

## 5 结论

文章建立了水平细长椭球潜体迎面遭遇内孤立波的时域数值模型，采用四阶 Runge-Kutta 法求解潜体运动方程，并应用数值模型计算了潜体在内孤立波作用下的运动响应。数值结果表明：①当潜体不会与下凹型的内孤立波波面相交时，仅受到内孤立波力的作用，垂向作用力较小，位移变化相对比较缓和。②潜体处于分界面下层并在内孤立波的波动范围内时，潜体会穿越内孤立波，密度变化导致潜体受到较大的向下的垂向力，使其不断加速向下运动，进而短时间内产生大幅度掉深，直到潜体再次穿过内孤立波界面回到下层流体处。③当潜体以恒定速度沿  $x$  轴负方向匀速前进时，随着潜体速度的增加，潜体的垂向掉深增大。由于垂向掉深的加速运动还取决于潜体在下凹型内孤立波内的时间，因此当水平速度再继续增加时，潜体的垂向位移则会变小。

## 参 考 文 献

- 1 Helfrich K R, Melville W K 2006 Ann. Rev. Fluid Mech. 38 395
- 2 沈国光,叶春生.内波孤立子的非波导荷载计算[J].天津大学学报,2005,38(12):1046-1050.
- 3 Cai S Q, Long X M, Gan Z J. A method to estimate the forces exerted by internal solitons on cylinder piles[J]. Ocean Engineering,2003,30:673-689.
- 4 殷文明,郭海燕,吴凯锋,等.内孤立波对水平圆柱潜体作用力的计算[J].浙江大学学报:工学版,2016,50(7): 1252-1257.
- 5 付东明,尤云祥,李巍.两层流体中内孤立波与潜体相互作用数值模拟[J].海洋工程, 2009, 27(3): 38-44.
- 6 关晖,魏岗,杜辉.内孤立波与潜艇相互作用的水动力学特性[J].解放军理工大学学报:自然科学版,2012, 13(5): 577-582.
- 7 陈杰,尤云祥,刘晓东,等.内孤立波与有航速潜体相互作用数值模拟[J].水动力学研究与进展: A 辑,2010 (3): 344-351.
- 8 张莉,郭海燕,李效民.南海内孤立波作用下顶张力立管极值响应研究[J].振动与冲击, 2013 (10): 100-104.
- 9 尤云祥,李巍,时忠民,等.海洋内孤立波中张力腿平台的水动力特性[J].上海交通大学学报, 2010 (1): 56-61.
- 10 Song Z J, Teng B, Gou Y, et al. Comparisons of internal solitary wave and surface wave actions on marine structures and their responses[J]. Applied Ocean Research, 2011, 33(2): 120-129.
- 11 杜辉,魏岗,曾文华,等.下凹型内孤立波对细长潜体运动特性影响的实验研究[J].船舶力学,2017,21(10): 1210-1217.
- 12 李玉成,滕斌.波浪对海上建筑物的作用[M].北京:海洋出版社, 2015.
- 13 蔡树群.内孤立波数值模式及其在南海区域的应用[M].北京:海洋出版社, 2015.
- 14 黄文昊,尤云祥,王旭,等.有限深两层流体中内孤立波造波实验及其理论模型[J].物理学报, 2013, 62(8): 084705.

## Motion response of a horizontal slender submerged ellipsoid induced by head-on interfacial solitary waves

LIU Meng-qi<sup>1</sup>, WEI Gang<sup>2</sup>, SUI Zhi-wei<sup>1</sup>, WANG Ruo-yu<sup>3</sup>, GOU Ying<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, 116024

2. College of Meteorology and Oceanography, National University of Defense Technology, Nanjing, 211101

3. CCCC First Harbor Consultants Co., Ltd., Tianjin, 300222, China)

**Abstract:** Based on the typical Kdv equation in two-layer fluid, the Morison formula is used to calculate the internal solitary wave force on the slender body, and a time-domain numerical

model of the large-scale translation of the submerged structure is established. The published CFD simulation result is used to verify the feasibility of the present calculation method. The parameters of interfacial solitary wave are chosen on the basis of observed data in South China Sea and the parameters of submerged ellipsoid model is selected by referring to the conventional submarine dimensions. The numerical results show that when the submerged body passes through the internal solitary wave, the density changes cause a large downward vertical force on the submerged body, which makes it accelerate the downward movement continuously, and then it will produce a large depth in a short time. Further research finds the vertically deepening acceleration motion also depends on the time of the submerged body in the concave internal solitary wave.

**Key words:** Interfacial Solitary Waves; KDV Equation; Submerged Body; Motion Response