

完全非线性波浪与结构物相互作用模型

—基于 HOSNWT 理论模拟入射波浪

刘佳旺, 滕斌

(大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室, 大连, 116024, Email: bteng@dlut.edu.cn)

摘要: 本文利用完全非线性时域理论求解波浪与结构物相互作用问题。以往类似的研究需要理论解或通过完全非线性数值水槽给定入射条件, 但前者受限于摄动理论, 无法计算强非线性波浪, 而且对于不规则波只能计算到二阶; 后者进行数值离散, 需要大量的计算时间和存储空间。采用高阶谱数值波浪水槽更加高效、准确地生成非线性波浪, 解决入射问题。以截断圆柱绕射为例, 给出了规则波作用下波浪爬高、结构受力的计算结果, 与实验结果、传统数值模拟结果对比, 验证了模型的准确性。对于不规则波与截断圆柱相互作用问题, 模型计算出的结构受力呈现出高阶成分。目前的数值模拟结果表明, 本文模型有很高的精确性和很广的适用性。

关键词: 非线性波浪力; 高阶谱数值波浪水槽; 波浪与结构物相互作用; 时域模拟

1 引言

近年来, 由于强非线性波浪荷载作用导致船只失事、海洋结构物被毁事件屡有发生。因此, 准确计算非线性波浪与结构物相互作用具有重要的工程意义。传统的分析方法假定波浪非线性较弱, 可以采用基于摄动展开的线性或二阶理论来描述波浪与结构物相互作用问题, 但是对于强非线性波浪问题, 就需要用完全非线性理论来描述。对于波浪与结构物相互作用问题, 当物体大幅运动、波浪非线性较强时, 物面条件和自由水面条件都必须在瞬时物体表面和瞬时自由表面上满足, 这样就发展出了完全非线性理论, Longuet-Higgins 和 Cokelet^[1]于 1976 年最早提出了该理论。目前, 国内外很多专家通过数值波浪水槽研究完全非线性波浪与结构物相互作用, 但同物理水槽一样, 数值水槽在模拟实际开敞水域中波浪与结构物相互作用问题时存在一定的局限性, 如水槽侧壁反射、横向立波共振以及入射边界的二次反射等问题。为了更准确地模拟实际海洋环境中波浪与结构物相互作用问题, Ferrant^[2]采用完全非线性时域理论, 提出了入、散射波分离的方法, 入射波直接给定, 在

开敞水域求解散射波。但由于其采用半混合欧拉-拉格朗日方法追踪自由水面质点，只允许水质点在垂直方向上运动，无法直接模拟物体运动问题。周斌珍^[3]在研究中作了改进，利用完全混合欧拉-拉格朗日方法，可直接求解浮体任意运动问题。上述学者入射波均采用理论方法给定的单色波，但对于不规则波，理论方法只能计算到二阶，无法研究强非线性不规则波与结构物相互作用问题，因此需要一种更好的入射波输入方法。通过高阶谱数值波浪水槽模型（High-Order Spectral Method Numerical Wave Tank, HOSNWT）生成非线性入射波浪，提出了一种入射波数值输入方法。

高阶谱方法（High-Order Spectral Method, HOS）是由 Dommernuth 和 Yue^[4]以及 West 等^[5]提出的一个模拟非线性波浪传播变形的数值方法。利用势流理论，高阶谱方法将速度势函数展开为满足控制方程和周期性边界条件的傅里叶级数形式，运用拟谱方法和快速傅里叶变换（Fast Fourier Transformation, FFT）方法对物理量在空间域和频数域进行求解。由于 FFT 计算量为 $O(N \log N)$ 量级，高阶谱方法具有计算高效的优势，受到众多学者青睐。对于非周期性边界造波问题，Bonnetfoy 等和 Ducroz 等^[6-8]引入 Agnon^[9]提出的附加速度势来模拟造波机运动从而建立了数值水槽，但由于其造波边界条件采用摄动展开描述，无法模拟大幅造波情况。唐建军^[10]在此基础上进行改进，其应用 Rienecker 和 Fenton^[11]的流函数理论计算规则波在水槽入口断面处的速度，并应用二阶斯托克斯波理论计算不规则波水槽入口断面处的速度，提供严格的造波边界条件。本文采用唐建军^[10]改进后的高阶谱数值水槽模型更加高效地生成非线性波浪。

利用入、散射波分离方法，建立完全非线性数值模型。入射波相关参数通过 HOSNWT 计算得到，瞬时总波面满足完全非线性自由水面边界条件，由此建立了只关于散射波的定解问题。在圆形求解域内设置环形阻尼区实现消波过程，便于长时间模拟，并且由于散射波沿计算圆域径向逐渐衰减至 0，因此径向网格逐渐变疏，大大减少了网格数量，提高了计算效率。在每一时间步，利用四阶 Runge-Kutta 法和混合欧拉-拉格朗日法更新瞬时水面，通过引进虚拟函数间接求解非线性波浪荷载。自由水面网格仅在初始时刻生成一次，随后通过弹簧近似法在不改变网格节点排列的情况下对瞬时水面进行网格重构。本文利用建立的完全非线性数值模型对截断圆柱绕射问题进行研究。

2 数值模型

2.1 高阶谱数值水槽模型

在 HOS 的基础上，引入附加速度势函数 ϕ_{add} 并使其满足造波边界条件，此时，计算域内的速度势函数可表示为两部分 $\phi = \phi_{\text{add}} + \phi_{\text{spec}}$ ， ϕ_{spec} 在造波边界满足齐次 Neumann 边界条件。数值波浪水槽的自由表面边界条件可写为：

$$\partial_t \eta = \left(1 + |\nabla_2 \eta|^2\right) W - \nabla_2 (\phi^s + \phi_{\text{add}}) \cdot \nabla_2 \eta + \partial_z \phi_{\text{add}} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \partial_t \phi^s = & -g\eta - \frac{1}{2} |\nabla_2 \phi^s|^2 + \frac{1}{2} (1 + |\nabla_2 \eta|^2) W^2 \\ & - \nabla_2 \phi^s \cdot \nabla_2 \phi_{\text{add}} - \frac{1}{2} |\nabla_2 \phi_{\text{add}}|^2 - \frac{1}{2} (\partial_z \phi_{\text{add}})^2 - \partial_t \phi_{\text{add}} \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $W = \partial_z \phi_{\text{spec}}|_{z=\eta}$, $\phi^s = \phi_{\text{spec}}|_{z=\eta}$ 。在计算域内, 将 ϕ_{spec} 展开成傅里叶级数的形式:

$$\phi_{\text{spec}}(x, z, t) = \sum_{m=0}^{N_x} A_m(t) \psi_m(x, z) \quad (3)$$

式中:

$$\psi_m(x, z) = \cos(k_m x) \frac{\cosh[k_m(z+d)]}{\cosh[k_m d]}; \quad k_m = m\pi / L_x \quad (4)$$

为了能够将附加速度势同样表示为傅里叶级数的形式并利用 FFT 方法对其进行计算, 并保证计算域内质量守恒, 需将原计算区域沿竖直方向扩展为 D_{add} (图 1)。



图 1 附加速度势计算域

原始的计算区域 D , 从 $z=-h$ 到 $z=0$, 造波断面速度为 u ; $z=2h$ 到 $z=3h$, 断面速度为 $-u$; 将 $z=0$ 到 $z=2h$ 的断面速度采用多项式拟合的方法得到。在新的计算域内, 附加速度势函数展开成:

$$\phi_{\text{add}}(x, z, t) = \sum_{n=0}^{N_z} B_n(t) \chi_n(x, z) \quad (5)$$

式中:

$$\chi_n(x, z) = \cos[k_n(z+d)] \frac{\cosh[k_n(L_x - x)]}{\cosh[k_n L_x]}; \quad k_n = n\pi / (3d + d) \quad (6)$$

波浪水槽造波边界条件表示为:

$$\partial_x \phi_{\text{add}} = u \quad (7)$$

$$\partial_{xt} \phi_{\text{add}} = \partial_t u \quad (8)$$

对于规则波，造波断面处的边界速度 u ，可以通过 Rienecker 和 Fenton^[11] 的流函数理论进行计算。对于不规则波，造波断面处的边界速度 u ，利用二阶 Stokes 波浪理论^[12] 进行计算。具体数值计算过程可参考唐军军^[10] 论文。这样就完成了利用高阶谱数值波浪水槽生成入射浪的过程。

2.2 完全非线性波浪与结构物相互作用时域理论

根据混合欧拉-拉格朗日 (Mixed Euler-Lagrange, MEL) 方法的定义，令自由水面水质点的速度 $\mathbf{u} = \nabla \phi$ ，此时上述自由水面条件转化为：

$$\frac{D\mathbf{X}}{Dt} = \nabla \phi \quad (9)$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = -g\eta + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi \quad (10)$$

式中， $\mathbf{X}=(x, y, z)$ 为瞬时自由表面上任意流体质点的位置矢量； $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla$ 为物质导数算子。

对于不可渗透的固体边界 S_N (包括物面 S_B 、水底 S_D 、其他固体边界)，流体质点的运动不会脱离固体表面而形成空隙，这样在固体表面的法线方向，流体质点的速度始终等于刚体运动的速度，即：

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \quad (11)$$

式中， \mathbf{V} 为刚体的运动速度。对于水底 S_D ，以及本文研究的固定截断圆柱的波浪爬高问题， $\mathbf{V}=\mathbf{0}$ ，此时固体边界条件简化为 $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$ 。

根据 Ferrant^[2] 提出的入散射波分离技术，可将总的速度势和波面进行分解， (ϕ_i, η_i) 为入射速度势和入射波面； (ϕ_s, η_s) 为散射速度势和散射波面，总的速度势和总波面可以写为：

$$\phi = \phi_i + \phi_s; \eta = \eta_i + \eta_s \quad (12)$$

将上式代入到完全非线性自由水面边界条件中，同时在自由水面布置人工阻尼层来消除散射浪，此时自由水面条件可改写为：

$$\frac{Dx}{Dt} = \frac{\partial \phi_s}{\partial x} + \frac{\partial \phi_i}{\partial x} - \mu(r)(x - x_0) \quad (13)$$

$$\frac{Dy}{Dt} = \frac{\partial \phi_s}{\partial y} + \frac{\partial \phi_1}{\partial y} - \mu(r)(y - y_0) \quad (14)$$

$$\frac{D\eta_s}{Dt} = \frac{\partial \phi_s}{\partial z} + \frac{\partial \phi_1}{\partial z} - \frac{\partial \eta_i}{\partial t} - \nabla \phi_1 \cdot \nabla \eta_i - \nabla \phi_s \cdot \nabla \eta_i - \mu(r)\eta_s \quad (15)$$

$$\frac{D\phi_s}{Dt} = -g(\eta_i + \eta_s) - \frac{\partial \phi_1}{\partial t} + \frac{1}{2}|\nabla \phi_s|^2 - \frac{1}{2}|\nabla \phi_1|^2 - \mu(r)\phi_s \quad (16)$$

式中:

$$\mu(r) = \begin{cases} \alpha_0 \omega \left(\frac{r - r_0}{\beta_0 \lambda} \right) & r_0 < r < r_1 = r_0 + \beta_0 \lambda \\ 0 & r < r_0 \end{cases} \quad (17)$$

为了避免产生初始效应, 需要将与入射浪相关的物理量以及与物体运动相关的物理量乘以如下缓冲函数:

$$R_m = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi t}{T_m}\right) \right) & t \leq T_m \\ 1 & t > T_m \end{cases} \quad (18)$$

式中, T_m 为缓冲时间, 一般取为周期的整数倍, 本文取为 2 倍入射浪周期。

除上述边界条件外, 还必须满足初始时刻散射势与散射波面为 0 的初始条件。本文选用四阶龙格-库塔 (Fourth-Order Runge-Kutta, 4RK) 法对自由水面条件进行时间积分完成时间步进。4RK 方法计算精度高, 可以允许较大的时间步长, 具有良好的数值稳定性, 可以获取准确而稳定的解。

2.3 高阶边界元方法 (HOBEM) 求解边界积分方程

选取 Rankine 源和它关于海底对称的像作为格林函数。格林函数如下:

$$G(p, q) = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (19)$$

式中:

$$\begin{cases} R_1 = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2} \\ R_2 = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z + z_0 + 2d)^2} \end{cases} \quad (20)$$

$p = (x_0, y_0, z_0)$ 为源点, $q = (x, y, z)$ 为场点。由于本文只求解散射势, 故在整个流域 Ω 内

对散射速度势 ϕ_s 应用格林第二定理，将边值问题转化为如下的边界积分方程：

$$\alpha(p)\phi_s(p) = \iint_S \left[\phi_s(q) \frac{\partial G(p,q)}{\partial n} - G(p,q) \frac{\partial \phi_s(q)}{\partial n} \right] ds \quad (21)$$

边界 S 包括自由水面 S_F 和固体边界 S_N (包括物面 S_B 和水底 S_D)， α 为固角系数，其值按源点的位置不同取不同的值：

$$\alpha = \begin{cases} 1 & p \text{ 在域内} \\ 0 & p \text{ 在域外} \\ 1 - \text{固角}/4\pi & p \text{ 在边界上} \end{cases} \quad (22)$$

计算中认为当前时刻物面上的速度势法向导数和自由水面上的速度势已知，根据积分方程计算下一时刻物面上的速度势和自由水面上的速度势法向导数。将式 (21) 按未知量重新整理，分两种情况进行表达。当源点在物体表面时，将式 (21) 写为

$$\alpha\phi_s - \iint_{S_B} \phi_s \frac{\partial G}{\partial n} ds + \iint_{S_F} G \frac{\partial \phi_s}{\partial n} ds = \iint_{S_F} \phi_s \frac{\partial G}{\partial n} ds - \iint_{S_B} G \frac{\partial \phi_s}{\partial n} ds \quad (23)$$

当源点在自由水面上时，将式 (21) 写为

$$-\iint_{S_B} \phi_s \frac{\partial G}{\partial n} ds + \iint_{S_F} G \frac{\partial \phi_s}{\partial n} ds = \iint_{S_F} \phi_s \frac{\partial G}{\partial n} ds - \iint_{S_B} G \frac{\partial \phi_s}{\partial n} ds - \alpha\phi_s \quad (24)$$

上述两个表达式中，方程左端均为未知量，右端均为已知量。

本文采用 8 节点四边形、6 节点三角形高阶边界单元将计算域离散成一些曲面单元，通过数学变换，利用配点法离散积分方程并求解，具体离散求解过程可参考滕斌等^[14]。计算示意图见图 2 和图 3。

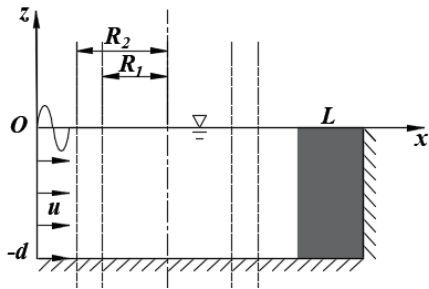


图 2 计算示意图 (主视图)

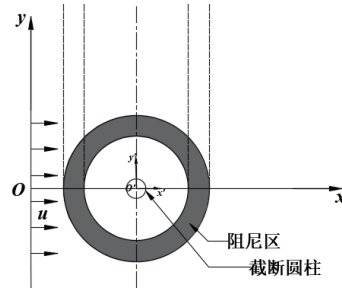


图 3 计算示意图 (俯视图)

2.4 计算流程

具体计算流程如下：对于开敞水域截断圆柱绕射问题，任意时刻已知自由水面的散射势 (ϕ_s) 和散射波面 (η_s)，以及物面上散射势的法向导数 ($\frac{\partial \phi_s}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_s}{\partial n}$)；利用边界积分方程可以

求出自由水面处的 $\frac{\partial \phi_s}{\partial n}$ ，进而求出 $\frac{\partial \phi_s}{\partial z}$ 。与此同时，根据高阶谱数值水槽模型计算入射波浪的相关物理量，可以对式（13）至式（16）进行时间积分计算下一时刻的 η_s 、 ϕ_s 以及自由水面水质点的位置，重新划分自由水面网格。最后，根据 Wu^[13]提出的虚拟函数方法求解波浪力。这样周而复始直到计算结束。

3 数值验证

为了验证本文数值模型的准确性，与已发表的数值及实验结果进行对比。选取的对比对象为 Le Noac'h 等^[15]、Ferrant^[2]和周斌珍^[3]分别开展的波浪对截断圆柱绕射作用的物理模型和数值模型实验。本节选取与三者相同的算例进行研究。波浪数值水槽水深为 $d=10.0\text{m}$ ，圆柱的半径为 $R=0.25\text{m}$ ，吃水深度为 $B=1.25\text{m}$ ，波浪周期为 $T=2.582\text{s}$ ，波幅为 $A=0.15\text{m}$ 。图 4 和图 5 给出了截断圆柱迎浪点 $(-R,0)$ 和背浪点 $(R,0)$ 的无量纲波浪爬高结果，图 6 和图 7 给出了截断圆柱受力的频谱分析结果。通过观察可以看出本文与已发表的结果吻合较好，验证了本文模型的正确性。

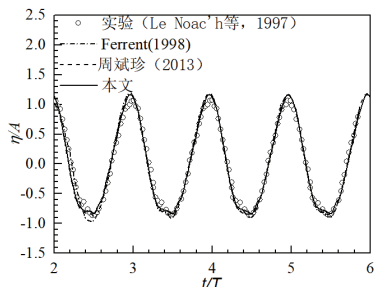


图 4 迎浪侧波面历时曲线

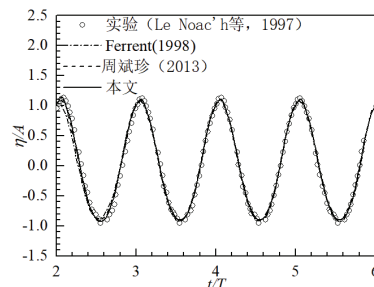


图 5 背浪侧波面历时曲线

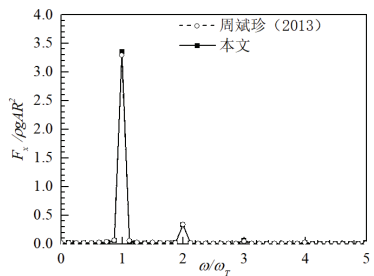


图 6 水平力频谱图

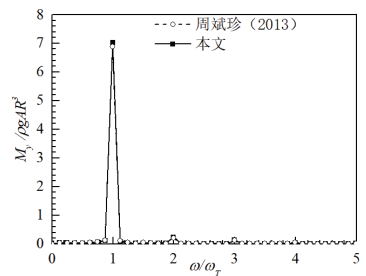


图 7 倾覆力矩频谱图

利用本文模型计算双色波与截断圆柱相互作用问题。波浪数值水槽水深为 $d=5.0\text{m}$ ，圆柱的半径为 $R=0.25\text{m}$ ，吃水深度为 $B=1.25\text{m}$ 。选取的不规则波为双色波， $T_1=1.50\text{s}$ 和 $T_2=2.0\text{s}$ ， $A_1=0.03\text{m}$ 和 $A_2=0.03\text{m}$ 。图 8 和图 9 分别给出了圆柱受力历时曲线，对历时曲线进行傅里叶变换，可得到相应频谱图（图 10 和图 11）。从频谱图可以看出，圆柱受力除了两

个基频项贡献外，还有许多高阶项的贡献，譬如和频项 f_1+f_2 、差频项 f_1-f_2 、倍频项 $2f_1$ 、甚至三阶项 $3f_1$ 等。因此，利用本文模型可以计算出不规则波与结构物相互作用产生的高阶力。当波浪非线性较强，高倍频贡献较大时，如果只考虑一阶力，将会引起很大误差。

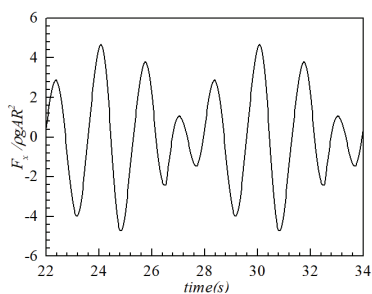


图8 水平力历时曲线

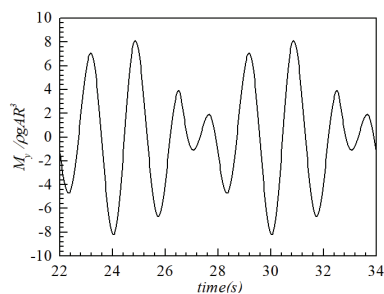


图9 倾覆力矩历时曲线

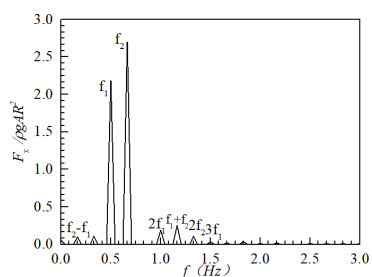


图10 水平力频谱图

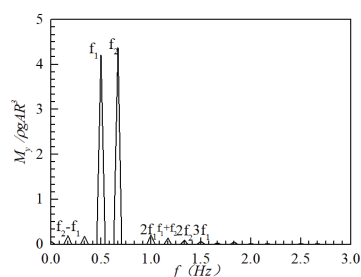


图11 倾覆力矩频谱图

4 结论

利用高阶谱数值水槽模型，更加高效地生成非线性波浪，作为入射浪。基于完全非线性时域理论，利用入、散射分离技术求解波浪与结构物相互作用问题。利用规则波与截断圆柱相互作用问题，验证了本文模型的准确性。求解双色波与截断圆柱相互作用问题，计算了圆柱受力，发现本文模型可以计算出不规则波与结构物相互作用产生的高阶力。当波浪非线性较强，圆柱受力中高阶项的贡献就相当可观，不能忽略。综上，本文数值模型可以应用于非线性波浪与结构物相互作用的数值模拟中，对于需要求解更高阶的问题，计算结果有很高的精度，理论上更接近实际海况，有很强的工程应用意义。

致谢

本研究工作得到了国家自然科学基金（51879039, 51490672）的资助。

参 考 文 献

- 1 Longuet-Higgins M S, Cokelet E D. The deformation of steep surface waves on water. I. A numerical method of computations [J]. Proceedings of the Royal Society of London ,1976, 350(1660): 1–26
- 2 Ferrant P. Fully nonlinear interactions of long-crested wave packets with a three dimensional body [C]. 22nd Symposium on Naval Hydrodynamics, Washington, USA, 1998: 403–415
- 3 周斌珍. 开敞水域完全非线性数值波浪模型的建立及在平台 Ringing 现象中的应用[D]. 大连: 大连理工大学,2013.
- 4 Dommermuth D G, Yue D K P. A high-order spectral method for the study of nonlinear gravity waves [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1987, 184: 267–288.
- 5 West B J, Brueckner K A, Janda R S, et al. A new numerical method for surface hydrodynamics[J]. J. Geophys. Res, 1987, 92(11): 803–824.
- 6 Bonnefoy F, Le Touzé D, Ferrant P. A fully-spectral 3D time-domain model for second-order simulation of wavetank experiments. Part A: Formulation, implementation and numerical properties[J]. Applied Ocean Research, 2006, 28(1): 33–43.
- 7 Bonnefoy F, Le Touzé D, Ferrant P. A fully-spectral 3D time-domain model for second-order simulation of wavetank experiments. Part B: Validation, calibration versus experiments and sample applications[J]. Applied Ocean Research, 2006, 28(2): 121–132.
- 8 Ducrozet G, Bonnefoy F, Le Touzé D, et al. A modified high-order spectral method for wavemaker modeling in a numerical wave tank[J]. European Journal of Mechanics-B/Fluids, 2012, 34: 19–34.
- 9 Agnon Y, Bingham H B. A non-periodic spectral method with application to nonlinear water waves[J]. European Journal of Mechanics-B/Fluids, 1999, 18(3): 527–534.
- 10 唐建军. 非线性波浪造波在高阶谱方法数值波浪水槽中的实现及应用[D]. 大连: 大连理工大学, 2017.
- 11 Rienecker M M, Fenton J D. A Fourier approximation method for steady water waves[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1981, 104(104):119-137.
- 12 Dalzell J F. A note on finite depth second-order wave-wave interactions [J]. Applied Ocean Research, 1999, 21(3): 105–111
- 13 Wu G X. Transient motion of a floating body in steep water waves [C]. 11th International Workshop on Water Waves and Floating Bodies, Hamburg, Germany, 1996.
- 14 Teng B, Eatock Taylor R. New higher order boundary method for wave diffraction/radiation [J].Applied Ocean Research, 1995, 17: 71–77.
- 15 Le Noac'h A, Buisine D, Le Boulluec M. Surlvations de la houle autour d'un cylinder [R].Ifremer Report DITI/GO/HA R11HA97, 1997.

Fully nonlinear wave-structure interaction model -- Simulation of incident waves based on HOSNWT theory

LIU Jia-wang, TENG Bin

(State Key laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, 116024.

Email: bteng@dlut.edu.cn)

Abstract: In this paper, we describe a fully nonlinear time domain simulation method for wave-body interactions. We separate the incident and scattering nonlinear waves, based on the availability of explicit models for the incoming waves. Some scholars get the incident wave by theoretical solutions, which is limited by the perturbation theory and impossible to calculate strong nonlinear waves. And the irregular wave can only be calculated to the second order. Some scholars use fully nonlinear numerical wave tank model to get the incident wave, which is numerically discrete, requiring a large amount of calculation time and storage space. However, we use the High-order Spectral Numerical Wave Tank (HOSNWT) to generate the nonlinear incident waves more efficiently and accurately. For the case of regular wave, we calculate the wave run-up and the force on structure. We compare results to experiments and traditional numerical simulation results, which confirms the accuracy and flexibility of the present model. For the case of irregular wave, the force is analyzed. The current numerical simulation results show that the proposed method has high accuracy and wide applicability.

Key words: Nonlinear wave force, High-order spectral method numerical wave tank, Wave interaction with structure, Time domain simulation.